

„Extremwertstatistik
europäischer Temperaturzeitreihen
1871-1990“

Diplomarbeit
von
Silke Trömel

Institut für Meteorologie und Geophysik
Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main
Juni 1999

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	1
1 Motivation	2
2 Kritik an der konventionellen Extremwertstatistik	2
2.1 Das 2σ -Intervall	3
2.2 Extremwertwahrscheinlichkeit	4
3 Datenmaterial	7
4 Selektive Zeitreihenzerlegung	8
4.1 Methodik	8
4.1.1 Trend- und saisonale Komponente	10
4.1.2 Glatte Komponente	11
4.1.3 Extremereignisse	12
4.1.4 Residuenanalyse	13
4.2 Erläuterung der Methodik am Beispiel Dresden	14
4.3 Ergebnisse und Interpretation	25
4.3.1 Trendkomponente	25
4.3.2 Saisonkomponente	27
4.3.3 Änderungen der Saisonfigur	28
4.3.4 Glatte Komponente	35
4.3.5 Extremereignisse	36
4.3.6 Zusammenhang der Extremereignisse mit Großwetterlagen	39
4.3.7 Residuenanalyse	41
5 Stabilität der selektiven Zeitreihenanalyse	45
6 Kontinuierliche Extremwertwahrscheinlichkeit	50
7 Wertung und Ausblick	53
Literatur	54
Anhang	56
A Statistische Grundlagen	56
A.1 Einige Definitionen	56
A.2 Hypothesenprüfungen	58
A.2.1 Anpassungstests an die Normalverteilung	58

A.2.2	Vergleich einer Stichprobenwahrscheinlichkeit mit dem dazugehörigen Parameter der Binomialverteilung	59
A.2.3	Stationaritätstests	59
A.2.4	Signifikanz einer Korrelation	60
A.3	Lineare und multiple Regression	60
B	Detektierte Funktionen der Trend- und Saisonkomponente	63
C	Detektierte Polynome der glatten Komponente	71
D	Extremereignisse	80
E	Stationsliste mit Homogenitätsklassen	88
	Danksagung	90

Zusammenfassung

Die konventionelle Extremwertstatistik, die sich an der Über- bzw. Unterschreitungshäufigkeit bestimmter Schwellenwerte orientiert, beinhaltet den Nachteil, daß Änderungen der Parameter der Häufigkeitsverteilung die Extremwertwahrscheinlichkeit beeinflussen. So kann allein das Vorhandensein eines Trends für derartige Veränderungen verantwortlich sein. Die hier gewählte Methodik vermeidet diesen Nachteil, indem sie eine Zerlegung der betrachteten Zeitreihen in einen strukturierten und einen unstrukturierten Anteil durchführt. Dabei setzt sich der strukturierte Anteil aus einer Trend-, Saison- und glatten Komponente zusammen. Aus der Summe dieser in der Zeitreihe signifikant enthaltenen Komponenten läßt sich die Eintrittswahrscheinlichkeit von Extremwerten ableiten. Ähnliches gilt für den unstrukturierten Anteil, insbesondere für die Varianz des Residuums. Das Residuum kann aber auch Werte enthalten, die nicht zu ihrer ansonsten angepaßten Häufigkeitsverteilung passen. Solche Werte werden als Extremereignisse bezeichnet und sind von den Extremwerten zu unterscheiden. In der vorliegenden Arbeit werden nun, getrennt voneinander, durch Änderungen in den Parametern der Häufigkeitsverteilung hervorgerufene Variationen der Extremwertwahrscheinlichkeit als auch parameterunabhängige Extremereignisse der bodennahen Lufttemperatur betrachtet.

Als Datenbasis dienten 41, wahrscheinlich homogene, europäische Stationszeitreihen von Monatsmitteltemperaturen, die den Zeitraum von 1871 bis 1990 abdecken. In den untersuchten Temperaturzeitreihen wurde an 37 von 41 Stationen ein positiver Trend detektiert, woraus ein Anstieg der Extremwertwahrscheinlichkeit mit der Zeit resultiert. Die glatten, niederfrequenten Schwingungen wirken sich in den meisten Fällen um 1890 und 1975 negativ und um 1871, 1940 und 1990 positiv auf die Extremwertwahrscheinlichkeit aus. Desweiteren treten Änderungen in der Saisonfigur bezüglich der Amplitude und der Phasenlage auf. Detektierte Zunahmen in der Amplitude des Jahresgangs führen zu einer positiven Änderung der Extremwertwahrscheinlichkeit. Signifikante Änderungen in der Phasenlage der Saisonfigur erzeugen in den Anomaliezeitreihen einen saisonal unterschiedlichen Trend, dessen Amplitude, in den betrachteten Fällen, in der Größenordnung der Trendkomponente liegt. Saisonal unterschiedliche Trends beeinflussen saisonal unterschiedlich die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Extremwerten. Die Residuen von fünf Temperaturzeitreihen weisen signifikante Varianzinstationaritäten auf, wobei in nur einem Fall die Varianz mit der Zeit zunimmt und somit einen Anstieg der Extremwertwahrscheinlichkeit erzeugt. Extremereignisse treten vorwiegend in Form besonders kalter Winter auf und können wahrscheinlich als Realisation eines Poisson-Prozesses interpretiert werden. Sie erscheinen zufällig über den Beobachtungszeitraum verteilt mit einer mittleren Wiederkehrzeit von mehr als 10 Jahren.

1 Motivation

Klimaänderungen, gleich ob natürlichen oder anthropogenen Ursprungs, finden immer dann besondere Aufmerksamkeit, wenn sie in einer Zunahme von Extremwerten bzw. Extremereignissen in Erscheinung treten; denn solche Entwicklungen sind im allgemeinen mit Risiken und Schäden verbunden. So hat beispielsweise das Oderhochwasser im Sommer 1997 die Empfindlichkeit des Menschen und seines Lebensraums gegenüber Extremwerten deutlich gemacht. Aber auch in Temperaturmessungen werden Extremwerte beobachtet. Als weiteres Beispiel sei daher genannt, daß „eine Anhäufung ungewöhnlich heißer Sommer“ [5] in den letzten 15 Jahren in der Nordhemisphäre beobachtet wurde. Insgesamt hat sich die Zahl der großen Naturkatastrophen in den letzten 10 Jahren im Vergleich zu den aufgetretenen Schadensfällen in den 60iger Jahren vervierfacht [14].

In dieser Arbeit werden europäische Temperaturzeitreihen auf Änderungen im Extremverhalten untersucht. Zu diesem Thema existieren bereits einige Publikationen [6][5][17][27], jedoch meist ohne eingehende Diskussion des statistischen Hintergrundes; denn es ist ein Unterschied, ob sich wegen eines Trends oder wegen der Änderung der Varianz das Extremverhalten einer meteorologischen Größe ändert. Außerdem können im Laufe der Zeit zusätzliche Phänomene in Erscheinung treten, die zuvor in den Charakteristika der betreffenden Häufigkeitsverteilung nicht enthalten waren.

Im folgenden wird zunächst die konventionelle Extremwertstatistik kritisch beleuchtet. Danach wird das Konzept der selektiven Zeitreihenzerlegung vorgestellt, das zu wesentlichen Vorteilen gegenüber der bisherigen Konvention führt. Es folgen die Darstellung der Ergebnisse hinsichtlich europäischer Temperaturzeitreihen und einige darauf aufbauende Gesichtspunkte. Details der statistischen Methodik und der Ergebnisse sind im Anhang zusammengestellt.

2 Kritik an der konventionellen Extremwertstatistik

In der Literatur ist der Begriff „Extremwert“ keineswegs einheitlich definiert. Maßgebend für die Begriffsbildung ist dabei meist die Fragestellung, die hinter dem Interesse an extremen Meßgrößen steht. Ein oft verwendetes Kriterium, um Extremwerte von dem Rest der Zeitreihe zu separieren, ist das Überschreiten eines festgelegten Schwellenwertes. Diese Herangehensweise liefert in der Praxis oft befriedigende Antworten auf Fragestellungen, beispielsweise landwirtschaftlicher Art. So erscheint es durchaus sinnvoll, Frostschutzmaßnahmen durchzuführen, wenn die Toleranzgrenzen der entsprechenden Pflanzen überschritten werden.

Diese Arbeit soll nun einen Schritt weiter führen, indem nicht ausschließlich nach den Überschreitungen eines zwar oftmals sinnvollen, aber letztlich doch willkürlichen Schwellenwertes gesucht wird, sondern zusätzlich die Frage nach den statistischen Ursachen der Extremwerte beantwortet wird. In diesem Kapitel soll zunächst dargestellt werden, wie, mittels konventioneller Extremwertstatistik, eine mögliche Änderung im Extremverhalten beurteilt wird und durch welche Faktoren sie beeinflusst werden kann.

2.1 Das 2σ -Intervall

In Abbildung 1 ist die Temperaturzeitreihe Heidelbergs in monatlicher Auflösung von 1871 bis 1990 nach Abzug des mittleren Jahresgangs dargestellt. Zur Untersuchung der Fragestellung nach einer Änderung im Extremverhalten erscheint es zunächst sinnvoll, den Beobachtungszeitraum in zwei gleich große Subintervalle zu unterteilen und die Anzahl der Extremwerte in den beiden Subintervallen miteinander zu vergleichen. Dazu wird als Schwellenwert die zweifache Standardabweichung 2σ gewählt, wobei alle Temperaturen oberhalb der positiven 2σ -Schwelle als relative Maxima und alle Temperaturen unterhalb der negativen 2σ -Schwelle als relative Minima definiert werden. Ist die Wahrscheinlichkeit

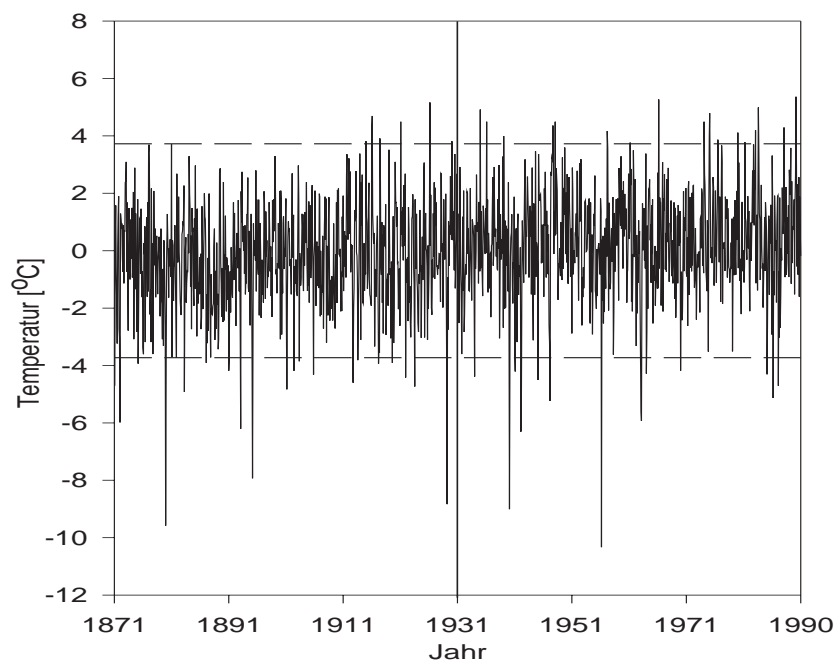


Abbildung 1: Graphische Darstellung der 2σ -Methode am Beispiel der Temperaturzeitreihe Heidelbergs nach Abzug des mittleren Jahresgangs. Die gestrichelten Linien kennzeichnen die obere und die untere 2σ -Schwelle. Es werden außerhalb davon 7 Maxima von 1871 bis 1930 und 18 Maxima von 1931 bis 1990 detektiert. Bezüglich der Minima treten 24 im ersten und 15 im zweiten Zeitintervall auf.

für das Auftreten eines Extremwerts in jedem Subintervall gleich groß, nämlich gerade gleich $\frac{1}{2}$, werden ungefähr die Hälfte der Maxima bzw. Minima im ersten Subintervall und die andere Hälfte im zweiten Subintervall erwartet.

Abbildung 1 zeigt im Fall Heidelberg eine, schon augenscheinlich ungleichmäßige Verteilung der Maxima. Der Test auf Vergleich einer Stichprobenwahrscheinlichkeit mit dem dazugehörigen Parameter der Binomialverteilung (Testverfahren siehe Anhang A.2.2) ergibt eine sehr signifikante Anhäufung der Maxima in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums. Analog wurde mit 40 weiteren homogenen (vgl. Kapitel 3) europäischen

Temperaturzeitreihen monatlicher Auflösung verfahren. Tatsächlich weisen 33 der 41 untersuchten Reihen eine signifikante (Signifikanzniveau mindestens 90%) Anhäufung der Maxima in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums auf, d. h. die Stichprobenwahrscheinlichkeit der Maxima ist in der zweiten Beobachtungshälfte signifikant größer als $\frac{1}{2}$. An den restlichen 8 Stationen sind die Maxima zeitlich annähernd gleichmäßig verteilt. Wie in Abbildung 1 nachvollziehbar ist, werden an der Station Heidelberg 24 Minima in der ersten Hälfte und 15 Minima in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums beobachtet. Das entspricht einer signifikanten Anhäufung der Minima im ersten Zeitintervall. Insgesamt wurde eine signifikante Anhäufung der Minima in 16 Fällen in der ersten Hälfte und in 3 Fällen in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums detektiert. Im Vergleich dazu wurde die signifikante Anhäufung von Maxima in einem Zeitintervall an einem deutlich größeren Anteil der Stationen gefunden. Bei der Durchführung des Verfahrens fällt auf, daß die Extremwerte vornehmlich in den Monaten Dezember, Januar und Februar auftreten, weil der Jahresgang der monatlichen Standardabweichung (vgl. Kapitel 4.2) hier nicht berücksichtigt wird. Die größere Varianz der Temperatur in den Wintermonaten führt dazu, daß extreme Sommermonate in diesem Verfahren kaum berücksichtigt werden. Das bedeutet, die gefundene Anhäufung der Maxima in 33 von 41 Fällen bestätigt die Zunahme besonders milder Winter in den letzten Jahrzehnten (vgl. dazu z. B. [20]).

Abbildung 1 veranschaulicht noch eine zweite Besonderheit. Unter den Werten, die außerhalb der 2σ -Grenzen liegen, gibt es einige wenige Minima, die besonders hervortreten. Während den meisten Extrema lediglich eine Überschreitung der 2σ -Grenze im Bereich von ein bis zwei Grad gelingt, treten im Fall Heidelberg fünf Minima auf, die sogar die 4σ -Grenze überschreiten. Bemerkenswerterweise tritt bei fast allen untersuchten europäischen Temperaturzeitreihen eine geringe Anzahl von Minima auf, die sich durch einen besonders großen Abstand vom Mittelwert auszeichnen und sich dadurch deutlich von den restlichen Minima unterscheiden. Ein analoges Phänomen wird nicht hinsichtlich der Maxima beobachtet. Solche außergewöhnlichen Minima werden in den folgenden Kapiteln noch an Bedeutung gewinnen.

Zurück zur Fragestellung nach einer möglichen Änderung im Extremverhalten: Es verbleibt das Problem die gefundene Zunahme der Maxima in 33 von 41 untersuchten Fällen richtig zu beurteilen. In dem verwendeten Verfahren wird nämlich nur ein geringer Anteil, in etwa 5% der Zeitreihe, betrachtet. Die Information der verbleibenden 95% bleibt unbeachtet, obwohl darin Faktoren enthalten sein können, die auf die Extremwertwahrscheinlichkeit Einfluß nehmen. Welche Faktoren das sind und in welchem Maße sie Einfluß auf das Auftreten von Extremwerten nehmen ist Gegenstand des folgenden Kapitels.

2.2 Extremwertwahrscheinlichkeit

Abbildung 2 zeigt links eine periodische Schwingung, überlagert von einem zufälligen Rauschen. Zeitweise verstärkt das Rauschen die periodische Schwingung derart, daß ein Schwellenwert, dargestellt durch die blaue Linie, überschritten wird, der für das periodische Signal allein unerreichbar wäre. Die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten des Schwellenwertes ist relativ groß im Bereich der Wellenberge und relativ klein im Bereich der Wellentäler. Das

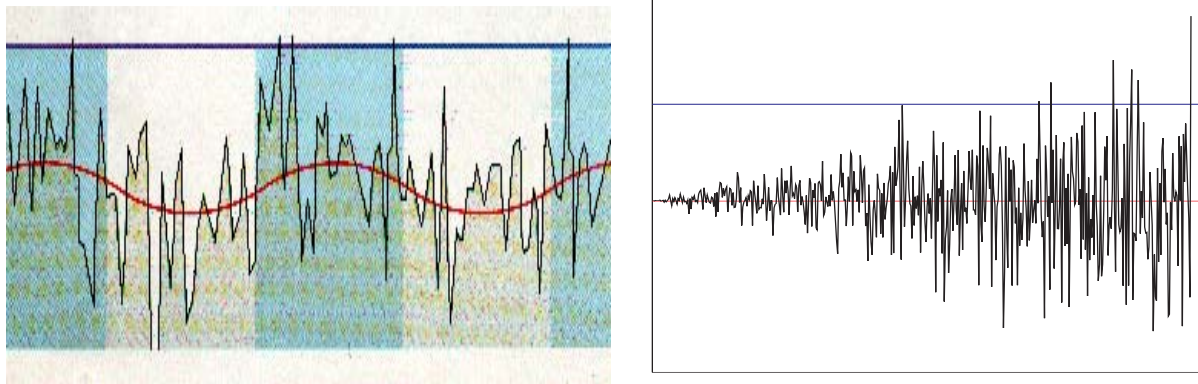


Abbildung 2: Das linke Bild (nach Moos und Wiesenfeld [19]) zeigt, daß durch ein zufälliges Rauschen ein schwaches periodisches Signal (rot) gelegentlich so verstärkt wird, daß ein Schwellenwert (blau) überschritten werden kann. Im rechten Bild ist zu sehen, daß auch eine Zunahme der Varianz im Rauschen zu einer Erhöhung der Überschreitungswahrscheinlichkeit führt.

bedeutet, Überschreitungen des Schwellenwertes bzw. deren zeitliche Verteilung beinhalten Information über die Periode der Schwingung. Analoge Überlegungen gelten beispielsweise für einen verrauschten linearen Trend. Ein positiver linearer Trend würde eine Zunahme und ein negativer linearer Trend würde eine Abnahme von Extremwerten im Laufe der Zeit bewirken. Neben Änderungen des mittleren Temperaturniveaus können auch Varianzinstationaritäten die Extremwertwahrscheinlichkeit beeinflussen. In Abbildung 2 ist im rechten Bild zu erkennen, daß bei gleichbleibendem Mittelwert und einer Zunahme der Varianz mit der Zeit die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten eines festen Schwellenwertes mit der Zeit zunimmt. Je größer die Schwankungen um den Mittelwert sind, desto öfter muß mit einer Überschreitung des Schwellenwertes gerechnet werden. Instationaritäten des Mittelwerts und der Varianz bzw. Änderungen in den Parametern der Häufigkeitsverteilung nehmen also Einfluß auf die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Extremwertes. Das bedeutet, wenn die Temperatur als Realisation einer normalverteilten Zufallsvariablen mit veränderlichem Mittelwert und veränderlicher Varianz betrachtet werden kann, ist es möglich, die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten eines festgelegten Schwellenwertes in Abhängigkeit dieser Parameter der Verteilung zu berechnen.

In Abbildung 3 ist die Zunahme der Extremwertwahrscheinlichkeit bei einem Anstieg des Mittelwerts aber gleichbleibender Varianz am Beispiel der Sommertemperaturen von Mittelengland berechnet. Der erwartete Anstieg der Sommertemperaturen um 1.6°C bis zum Jahre 2050 würde die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten der 17.3°C -Schwelle von 1.3% auf 33.3% ansteigen lassen. Das bedeutet, daß mit einem extrem heißen Sommer wie 1995, der gemäß der Temperaturverteilung 1961-1990 etwa alle 75 Jahre eintrat, zukünftig alle 3 Jahre gerechnet werden müßte. Im analogen Fall (Abbildung 4) nimmt bei konstantem Mittelwert von 15°C und einer Zunahme der Standardabweichung von 1°C auf 2°C die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten der 17°C -Schwelle von 2.28% auf 15.87%

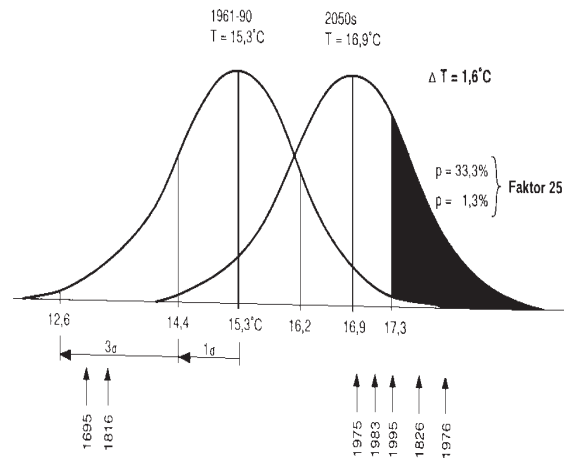


Abbildung 3: Änderung der Extremwertwahrscheinlichkeit bei Zunahme des Mittelwertes (nach Berz [14]).

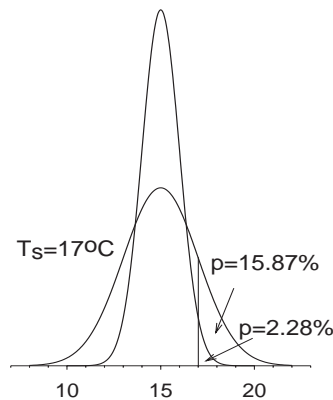


Abbildung 4: Änderung der Extremwertwahrscheinlichkeit bei Zunahme der Varianz.

zu. Anders gesagt, ein 44-Jahre-Ereignis würde zu einem 6-Jahre-Ereignis werden.

Die Durchführung der 2σ -Methode liefert eine signifikante Zunahme der Maxima in 33 der 41 untersuchten Fälle (siehe Kapitel 2.1). Ursachen können eine Zunahme des Mittelwertes oder der Varianz mit der Zeit sein. Allerdings ist auch eine Zunahme im Extremverhalten denkbar, die unabhängig von diesen Parametern ist. Um Klarheit zu verschaffen, ist somit eine Extremwertdefinition, die von Änderungen in den Parametern der Verteilung unabhängig ist, wünschenswert. Zu diesem Zweck werden mit der Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung Extremwerte in vorverarbeiteten Reihen gesucht. Weisen diese Extremwerte keine Änderungen in ihrer zeitlichen Verteilung auf, muß die Zunahme der Maxima in 33 der 41 untersuchten Temperaturzeitreihen Folge von Änderungen in den Parametern der Verteilung sein.

3 Datenmaterial

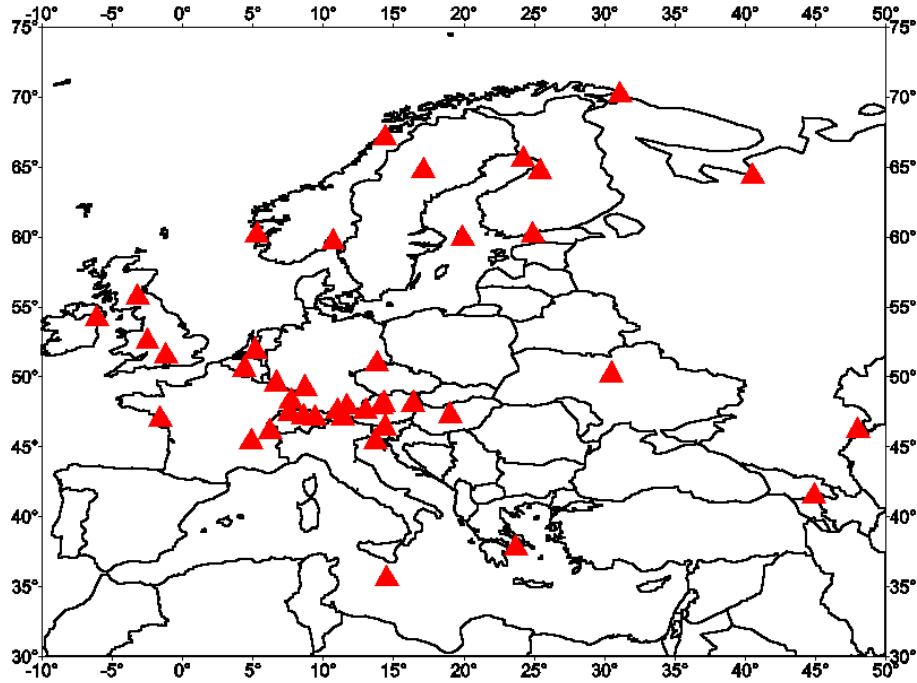


Abbildung 5: Die Verteilung der ausgewählten Stationen über Europa.

Die folgende Analyse wird mit europäischen Reihen der bodennahen Lufttemperatur in monatlicher Auflösung durchgeführt. Die Daten wurden vorwiegend vom Deutschen Wetterdienst, vom Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung und vom Zentralamt für Meteorologie und Geodynamik in Wien zur Verfügung gestellt. Im Rahmen der Herausgabe des Klimatrend-Atlas Europa [23] wurden die Daten bis 1990 aktualisiert und auf Homogenität und Repräsentanz geprüft. Der Anspruch auf möglichst lange Reihen mit homogener Datenbasis führte zu 41 europäischen Stationen, deren gemeinsamer Meßzeitraum von 1871 bis 1990 reicht. Für den Meßzeitraum von 1891 bis 1990 sind diese Reihen durch die Homogenitätsklassen eins bis drei charakterisiert. Homogenitätsklasse eins bedeutet hier, daß alle fünf durchgeführten Tests die Temperaturzeitreihe als homogen einstufen. Das heißt, sehr wahrscheinlich beinhaltet die Zeitreihe keine nichtklimatologischen Einflüsse, wie z. B. eine Stationsverlegung oder eine Änderung des Meßinstruments. Eine Temperaturzeitreihe der Homogenitätsklasse 2 wird entsprechend als wahrscheinlich homogen eingestuft, da fast alle Tests ihre Homogenität bestätigen. Die Einstufung einer Zeitreihe in die Homogenitätsklasse 3 erfolgt, falls einige Tests für Homogenität und einige für Inhomogenität sprechen und somit die Qualität des Datensatzes bereits fragwürdig ist. Die Stationsreihen der Homogenitätsklassen 4 und 5 werden als wahrscheinlich und sehr wahrscheinlich inhomogen eingestuft, da fast alle bzw. alle Tests die Inhomogenität der Reihe anzeigen. Die Temperaturzeitreihen der Homogenitätsklassen 4 und 5 wurden nicht in die hier durchgeführten Analysen einbezogen. Die ausgewählten Stationen mitsamt den Homogenitätsklassen und

geographischen Koordinaten können der Stationsliste im Anhang E entnommen werden; Abbildung 5 veranschaulicht zusätzlich deren räumliche Verteilung über Europa. Der Anspruch auf eine wahrscheinlich homogene Datenbasis führte bedauerlicherweise zu keiner vollständig befriedigende Abdeckung Europas. Die höchste Stationsdichte liegt in Österreich und der Schweiz vor. In Skandinavien und Großbritannien ist die Stationsdichte schon wesentlich geriner, allerdings sind die Stationen recht gleichmäßig verteilt. In den südlicheren Ländern Europas wie Spanien, Portugal, Italien und Griechenland liegen kaum Stationen vor. Hier sind eine italienische und eine griechische Station in die Analysen eingegangen. In den Ländern Osteuropas ist die Stationsdichte ebenfalls recht gering. Als Maß für die Repräsentanz einer bestimmten Temperaturzeitreihe dient die räumliche Verteilung des Pearson-Korrelationskoeffizienten zu Temperaturzeitreihen umliegender Stationen. Für die monatlichen Temperaturmittel wurde mit einer gewissen Willkür ein Korrelationskoeffizient von 0.8, das heißt 65% gemeinsame Varianz, als Mindestkriterium für eine ausreichend hohe Repräsentanz festgelegt. Die 0.8-Marke wird meist in einem Umkreis von 800 km noch nicht unterschritten. Das heißt, trotz der hohen Repräsentanz von Temperaturdaten [20] gelingt keine vollständige Abdeckung Europas. Trotzdem sollten die qualitativ recht hochwertigen Daten genügen, um einen groben Überblick über die Variationen der Ergebnisse mit der geographischen Lage wenigstens innerhalb Mittel- und Nordeuropas zu erhalten.

4 Selektive Zeitreihenzerlegung

4.1 Methodik

In der klassischen Zeitreihenanalyse erfolgt oftmals eine Zerlegung in Mittelwert, Trend, starre Saisonfigur (d. h. mittleren Jahresgang) und Restkomponente. In den Analysen dieser Arbeit werden noch zwei weitere Komponenten zur Detektion von niederfrequenten Schwingungen und extremen Ereignissen betrachtet. Zusätzlich werden Änderungen in der Amplitude der Saisonfigur zugelassen. Der Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung (nach Grieser [8]) liegt somit die Annahme zugrunde, daß sich die Temperaturzeitreihen der Monatsmittelwerte additiv aus folgenden 5 Komponenten zusammensetzen lassen:

$$x(t) = \bar{x}(t) + T(t) + s(t) + g(t) + e(t) + \epsilon_t \quad \text{mit} \quad (1)$$

- $x(t)$ = Zeitreihe,
- $\bar{x}(t)$ = Mittelwert,
- $T(t)$ = Trend,
- $s(t)$ = Saisonale Komponente,
- $g(t)$ = Glatte Komponente,
- $e(t)$ = Extremereignisse und
- ϵ_t = Gauß'sches Rauschen.

Dabei versteht man unter der glatten Komponente $g(t)$ niederfrequente Schwankungen, und unter den Extremereignissen einzelne Temperaturwerte, die nicht zu der sonst angepassten Häufigkeitsverteilung passen; ϵ_t repräsentiert einen Zufallsprozeß. Harmonische

Anteile, die nicht in der saisonalen Komponente enthalten sind, bleiben in dieser Arbeit unberücksichtigt, da bereits eine Zerlegung der betrachteten 41 Temperaturzeitreihen gemäß Gleichung (1) erfolgreich durchgeführt werden konnte. Durch die Betrachtung von Trend-,

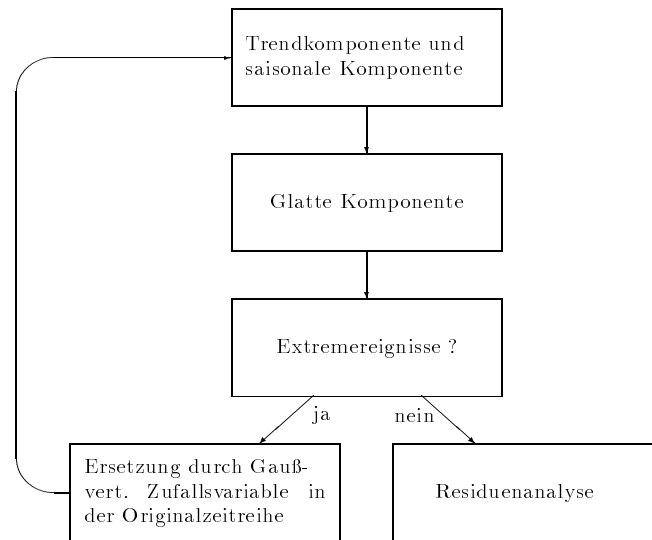


Abbildung 6: Darstellung des Arbeitszyklus.

Saison-, glatter Komponente und Extremereignissen innerhalb einer Analyse werden Fehler vermieden, die bei Betrachtungen, die sich ausschließlich einer Komponente widmen, auftreten können. Beispielsweise können unbeachtete Extremereignisse die Trendamplitude verfälschen oder sogar einen Trend suggerieren (siehe Kapitel 4.2). Zur Zerlegung sämtlicher Temperaturzeitreihen in die aufgeführten Komponenten, durchlaufen diese den in Abbildung 6 dargestellten Arbeitszyklus.

Im ersten Arbeitsschritt wird nach Abzug des Mittelwertes jede Zeitreihe einem Funktionspaket gegenübergestellt, das sowohl langfristige, systematische Änderungen des mittleren Niveaus der Zeitreihe, Trends, als auch jahreszeitlich bedingte Schwankungen, die sich relativ unverändert jedes Jahr wiederholen, beinhaltet. Funktionen, die einen signifikanten Anteil zur Varianz der Zeitreihe beitragen, werden aus der Zeitreihe eliminiert. Die Residuen werden dem nächsten Arbeitsschritt übergeben. Durch die glatte Komponente sollen nun glatte, niederfrequente Schwankungen erfaßt werden. Nach deren Eliminierung unterscheiden sich die Residuen oftmals nur noch aufgrund weniger seltener Werte signifikant vom Gauß'schen Rauschen. Diese seltenen Ereignisse werden hier als Extremereignisse bezeichnet, um sie von den Extremwerten der konventionellen Herangehensweise, die mit der Verteilung verträglich sind, zu unterscheiden. Detektierte Extremereignisse werden aus der Zeitreihe extrahiert und durch eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Mittelwert und der Standardabweichung des entsprechenden Kalendermonats in der ursprünglichen Zeitreihe ersetzt. Anschließend muß die modifizierte Zeitreihe den Arbeitszyklus erneut durchlaufen, weil die Methode der kleinsten Quadrate zur Anpassung der Basisfunktionen

sehr empfindlich auf Ausreißer reagiert und somit Amplituden und Phasenlagen detektierter Funktionen verfälscht werden können. Entsprechend der Menge und Anordnung der Extremereignisse in der Zeitreihe werden sich im zweiten Durchgang Trend-, saisonale- und glatte Komponente deutlicher oder weniger deutlich verändern. Auch können erneut Extremereignisse detektiert werden. Der Zyklus der Komponentenzerlegung wird für jede Station so oft durchlaufen, bis keine weiteren Extremereignisse detektiert werden. Ist dies der Fall, erfolgt die abschließende Analyse der Residuen. Können diese als Gauß'sches Rauschen identifiziert werden, kann die Temperaturzeitreihe durch die aufgeführten Komponenten vollständig beschrieben werden.

In den Unterkapiteln 4.1.1 bis 4.1.4 werden die Basisfunktionen, die zur Charakterisierung der einzelnen Komponenten zur Verfügung gestellt werden, aufgeführt und die verwendeten Detektionskriterien beschrieben.

4.1.1 Trend- und saisonale Komponente

In der Zeitreihenanalyse werden lineare und nichtlineare Trendfunktionen T_i bis zur fünften Ordnung berücksichtigt:

$$T_i(t) = a_i + b_i \cdot t^i \quad (2)$$

mit den Regressionskoeffizienten a_i und b_i der Ordnung $i=1,2,3,4$ und 5 .

Wird lediglich die Trendfunktion der Ordnung 1 in der Zeitreihe detektiert, trägt nur der lineare Trend signifikant zur Varianz der Zeitreihe bei. Eine detektierte Trendfunktion höherer Ordnung stellt einen progressiv steigenden oder fallenden Trend dar. Durch die Überlagerung eines linearen mit einem progressiven Trend können ebenfalls degressive Temperaturverläufe erfaßt werden.

Die Saisonkomponente repräsentiert jahreszeitlich bedingte Schwankungen. Um den mittleren Jahresgang der Monate zu erfassen, werden Schwingungen mit den Wellenzahlen 1 bis 6 pro Jahr zur Verfügung gestellt. Natürlich sind auch kleine Änderungen in der Saisonfigur denkbar. Deshalb erlaubt folgender Ansatz, daß sich die Amplitude linear oder quadratisch mit der Zeit ändern kann:

$$s_{j,k} = c_{j,k} + d_{j,k} t^k \cos\left(2\pi \frac{j}{12} t\right) + e_{j,k} t^k \sin\left(2\pi \frac{j}{12} t\right) \quad (3)$$

mit $k=0,1,2$ und $j=1,2,3,4,5,6$.

In einer Temperaturzeitreihe können nun Funktionen $s_{j,k}$ gleicher Wellenzahl j aber unterschiedlicher Amplitudenabhängigkeit k detektiert werden. Aus der Summation der $s_{j,k}$ über alle k bei konstanter Wellenzahl j ergibt sich eine Schwingung $s_j(t)$ gleicher Frequenz mit zeitabhängiger Amplitude $A_j(t)$ und zeitabhängiger Phasenlage $\phi_j(t)$:

$$s_j(t) = A_j(t) \cos\left(2\pi \frac{j}{12} t - \phi_j(t)\right). \quad (4)$$

Die Amplitudenfunktion $A_j(t)$ und die Phasenverschiebung $\phi_j(t)$ sind durch die Beziehungen

$$A_j(t) = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^2 d_{jk} t^k\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^2 e_{jk} t^k\right)^2} \quad (5)$$

und

$$\tan(\phi_j(t)) = \frac{\sum_{k=0}^2 e_{jk} t^k}{\sum_{k=0}^2 d_{jk} t^k} \quad (6)$$

gegeben. Mit der Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung können somit progressive und degressive Änderungen in der Saisonfigur erfasst werden.

Zur Detektion der Trend- und Saisonkomponente werden die in den Gleichungen (2) und (3) dargestellten 23 Basisfunktionen der Temperaturzeitreihe *gleichzeitig* zur Verfügung gestellt. In einem rekursiven Verfahren wird immer diejenige Funktion gesucht und aus der Zeitreihe eliminiert, die die meiste Varianz erklärt und signifikant in der Zeitreihe enthalten ist. Dazu wird der Pearson-Korrelationskoeffizient (siehe Anhang A.1) und dessen Signifikanz (siehe Anhang A.2.4) zwischen der Datenreihe und jeder der 23 Basisfunktionen berechnet. Die Basisfunktion, welche den größten signifikanten Korrelationskoeffizienten liefert, geht als „Gewinner“ aus dieser ersten Runde hervor und wird mittels linearer Regression (siehe Anhang A.3) aus der Datenreihe eliminiert. Anschließend wird das gesamte Funktionspaket erneut mit den Residuen korreliert. Das Verfahren wird so oft wiederholt, bis das Funktionspaket keine signifikanten Varianzbeiträge mehr liefern kann.

4.1.2 Glatte Komponente

Meist wird in der klassischen Zeitreihenanalyse die Trend- und die zyklische Komponente zur glatten Komponente zusammengefaßt. Hier stellt die glatte Komponente niederfrequente Schwankungen dar. Sie werden durch polynomiale Ansätze mit der maximalen Ordnung fünf repräsentiert:

$$g_l(t) = a_0 + \sum_{i=1}^l a_i t^i \quad \text{mit } l=1,2,3,4,5. \quad (7)$$

Das größtmögliche Polynom der Ordnung l , welches signifikant mehr Varianz der Temperaturzeitreihe erklärt als das Polynom der Ordnung $l-1$, darf einen Varianzanteil der Zeitreihe erklären und wird mittels multipler Regression (siehe Anhang A.3) aus der Zeitreihe eliminiert. Entsprechend dem Polynom fünfter Ordnung mit 2 Maxima und 2 Minima, können durch die glatte Komponente maximal zwei Bereiche relativ hoher und zwei Bereiche vergleichsweise niedriger Temperatur eliminiert und getrennt betrachtet werden. Für die Detektion der glatten Komponente spielt die Länge des Beobachtungszeitraums eine besonders große Rolle. Je kürzer der betrachtete Zeitraum, desto zeitlich kleinskaligere Temperaturschwankungen können eliminiert werden.

4.1.3 Extremereignisse

In den untersuchten europäischen Temperaturzeitreihen werden, weit vom Erwartungswert entfernt, einzelne Werte registriert, die nicht zu dem Rest der Zeitreihe passen und verursachen, daß die bestehende Verteilung von der Normalverteilung verschieden ist. Diese seltenen Ereignisse werden als Extremereignisse bezeichnet.

Dem Detektionsverfahren dieser Extremereignisse liegt die Annahme zugrunde, daß die Residuen ohne die noch enthaltenen Extremereignisse normalverteilt sind. Dann kann die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines extremen Wertes in einer Zeitreihe vorgegebener Länge berechnet werden. Ist sein Auftreten überzufällig, das heißt, er wird in der bestehenden Verteilung nicht erwartet, handelt es sich um ein Extremereignis. Dazu wird nach Abzug der strukturierten Komponenten der am weitesten vom Mittelwert der Residuen entfernt liegende Wert als potentiell Extremereignis vorgemerkt. Von den restlichen Werten werden Mittelwert \bar{x} und Standardabweichung s berechnet. Die reduzierte Reihe wird dann dem Anpassungstest an die Normalverteilung nach Kolmogorov-Smirnov (siehe Anhang A.2.1) unterzogen. Lehnt dieser die Normalverteilung mit 95% Signifikanz oder höher ab, muß formal die Extremereignissuche abgebrochen werden. Wird die Normalverteilung nicht abgelehnt, kann die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des potentiellen Extremereignisses berechnet werden.

Die Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit wird hier in einigen Zeilen hergeleitet: Ausgehend von der Wahrscheinlichkeitsdichte der standardisierten Normalverteilung folgt für die Wahrscheinlichkeit aus einer normalverteilten Zeitreihe mit dem Mittelwert $\bar{x} = 0$ und der Standardabweichung $s=1$ einen Wert $z \leq Z$ zu ziehen:

$$p(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z \exp\left(-\frac{z'^2}{2}\right) dz'. \quad (8)$$

Aufgrund der Symmetrie der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion läßt sich das Integral für den Fall $Z > 0$ auch schreiben als

$$p(Z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^Z \exp\left(-\frac{z'^2}{2}\right) dz', \quad (9)$$

bzw. in der Gestalt der Errorfunktion

$$p(z) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{Z}{\sqrt{2}}\right) \right). \quad (10)$$

Die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl zwischen $-Z$ und $+Z$ anzutreffen, ergibt sich daraus mit $p(-Z)=1-p(Z)$ zu

$$p(-Z \leq z \leq Z) = 2p(Z) - 1 = \operatorname{erf}\left(\frac{Z}{\sqrt{2}}\right). \quad (11)$$

Entsprechend ist $1-p(-Z \leq z \leq Z)$ die Wahrscheinlichkeit, zufällig eine Zahl anzutreffen, deren Betrag größer als Z ist. Das Inverse der Wahrscheinlichkeit gibt die Wiederkehrzeit τ an. Sie ist definiert als die Wartezeit zwischen zwei Ereignissen, die mit der entsprechenden

Wahrscheinlichkeit erwartet werden.

Gleichung (11) gilt nur für den Fall, daß einmal eine Zahl aus der Reihe der normalverteilten Variablen gezogen wird. Innerhalb dieser Arbeit werden allerdings Zeitreihen mit 1440 Werten betrachtet. Zu berechnen ist also die Wahrscheinlichkeit \tilde{p} dafür, bei N (=1440) Realisationen des Bernoulliexperimentes k -mal einen Wert der Eintrittswahrscheinlichkeit $1-p(-Z \leq z \leq Z)$ zu ziehen. Wird ein Bernoulli-Experiment N -mal hintereinander ausgeführt, so ist die Zahl der Erfolge binomialverteilt. Für $n \rightarrow \infty$ und $p \rightarrow 0$ geht die Binomialverteilung in die Poissonverteilung über. Entsprechend berechnet sich die Wahrscheinlichkeit \tilde{p} zu

$$\tilde{p}(k, N, p) = \frac{\exp^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad \text{mit } \lambda = N(1 - p(-Z \leq z \leq Z)). \quad (12)$$

Für den Fall $k=0$ ergibt sich aus dieser Gleichung die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine derartig extrem hohe oder extrem niedrige Zahl in einer Zeitreihe der Länge N durch Zufall **nicht** auftritt

$$p(k=0, N, 1 - p(-Z \leq z \leq Z)) = \exp\left(-N \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{Z}{\sqrt{2}}\right)\right)\right). \quad (13)$$

Folgt aus der Detektionsgleichung (13) für den am weitesten vom Mittelwert entfernten Wert eine mindestens 90%-ige Wahrscheinlichkeit dafür, daß er in einer Zeitreihe dieser Länge nicht erwartet wird, so wird dieser als Extremereignis der Zeitreihe detektiert.

Abbildung 10 auf Seite 20 veranschaulicht nochmals die Definition der Extremereignisse am Beispiel der Residuen der Station Dresden nach Abzug von Trend, Saison- und glatter Komponente. Im negativen Bereich treten 8 Werte auf, die soweit vom Mittelwert entfernt liegen, daß sie mit sehr großer Wahrscheinlichkeit nicht erwartet werden. Die detektierten Extremereignisse werden durch normalverteilte Zufallszahlen mit Standardabweichung und Mittelwert des entsprechenden Kalendermonats ersetzt. Die „neuen“ Monatswerte werden im folgenden Text als Ersatzwerte bezeichnet. Dieses Verfahren wurde gewählt, um so wenig wie möglich in die Verteilung der Temperaturwerte einzugreifen. Werden mehrere Extremereignisse in einem Kalendermonat detektiert, könnte beispielsweise das Ersetzen der seltenen Ereignisse durch den Monatsmittelwert eine Verschiebung der Verteilung des entsprechenden Monats bewirken.

4.1.4 Residuenanalyse

Wie in Abbildung 6 dargelegt, stellt die Residuenanalyse den Abschluß der selektiven Zeitreihenzerlegung dar. An dieser Stelle wird getestet, ob sich die untersuchten Zeitreihen der Monatsmitteltemperatur gemäß Gleichung (1) durch eine Überlagerung aus Trend, Saisonfigur, glatter Komponente und Extremereignisse beschreiben lassen. In diesem Fall müssen die Residuen als Realisation eines Zufallsprozesses identifiziert werden können. Gemäß dem zentralen Grenzwertsatz [2] können dann die Residuen als Summe vieler,

jeweils wenig bedeutsamer Einflüsse betrachtet werden. Zur Überprüfung werden die Residuen mittels des Kolmogorov-Smirnov-Tests (siehe Anhang A.2.1) auf Normalverteilung getestet. Sind die Residuen zusätzlich stationär bezüglich des Mittelwerts, der Varianz und der Autokovarianz, können sie als Realisation eines stationären Zufallsprozesses aufgefaßt werden. Zur Überprüfung der Stationarität (Testverfahren siehe Anhang A.2.3) wird das Beobachtungsintervall in zwei Subintervalle unterteilt. Anschließend wird für jedes Intervall Mittelwert, Varianz und die Autokorrelation bis zur Zeitverschiebung 18 berechnet. Ob signifikante Unterschiede zwischen den beiden Werten bestehen, wird im Falle des Mittelwerts durch den t-Test und im Falle der Varianz durch den F-Test entschieden. Die jeweiligen Autokorrelationen werden zunächst Fisher-transformiert (siehe Anhang A.1). Dadurch wird erreicht, daß die Differenz der betrachteten Autokorrelationen schneller gegen die Normalverteilung konvergiert. Anschließend kann die Differenz mittels des z-Tests auf Überzufälligkeit überprüft werden.

4.2 Erläuterung der Methodik am Beispiel Dresden

In diesem Kapitel soll die Methodik der selektiven Zeitreihenzerlegung am Beispiel der Temperaturzeitreihe Dresdens schrittweise vorgeführt werden. Zusätzlich zu den in Abbildung 6 dargestellten Arbeitsschritten wird der mittlere Jahresgang der Zeitreihe analysiert. Da sich hinsichtlich dieses speziellen Aspekts bei der Analyse der Datenreihen aller 41 Stationen nur wenig bemerkenswertes ergibt, werden diese Ergebnisse mit integriert.

1. Durchgang

Analyse des Jahresgangs:

Durch die Wahl des Beobachtungszeitraums von 1871 bis 1990 steht bei monatlicher Auflösung für jeden Kalendermonat eine Zeitreihe von 120 Werten zur Verfügung. Es können somit Mittelwert, Standardabweichung, Schiefe und Exzeß (siehe Anhang A.1) für jeden Kalendermonat berechnet werden. Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse für die Temperaturzeitreihe Dresdens. Genügen die Abweichungen von einer bestimmten Monatsmittelperatur der Normalverteilung, was in der Regel nicht der Fall ist, kann durch die Parameter Mittelwert und monatliche Standardabweichung die Verteilung der Temperatur eines bestimmten Monats angegeben werden. Abweichungen von der Normalverteilung schlagen sich in Schiefe und Exzeß nieder. Im Beispiel Dresden wird im Monat Februar eine deutlich negative Schiefe und ein deutlich positiver Exzeß berechnet. Die deutliche Abweichung der Schiefe und des Exzesses vom Normwert Null, insbesondere in den winterlichen Temperaturverteilungen, zeigt sich auch an den meisten anderen 40 untersuchten europäischen Temperaturstationen. Untersuchungen eines 91jährigen Datenmaterials von 1870 bis 1960 für Frankfurt am Main zeigen das gleiche Verhalten auch auf Tagesbasis [26].

Zusätzlich wird überprüft, ob ein signifikanter Jahresgang der Standardabweichung existiert. Ist dies der Fall, unterscheiden sich die Standardabweichungen s der Monate signifikant von der Standardabweichung \bar{s}_{ges} aller Monate (Testverfahren siehe Anhang A.2.3). In Tabelle 1 ist durch das Vorzeichen der Wahrscheinlichkeit $p(s = \bar{s}_{ges})$ angegeben, ob

Tabelle 1: Jahrgänge der Monatsmitteltemperatur \bar{x} , Standardabweichung s , Schiefe und Exzeß der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden. Weiterhin sind der mittlere Monatsmittelwert \bar{x}_{ges} , die mittlere monatliche Standardabweichung \bar{s}_{ges} sowie die Wahrscheinlichkeiten $p(s \neq \bar{s}_{ges})$ mit der sie sich von der Standardabweichung s des jeweiligen Monats unterscheiden angegeben.

Monat	$\bar{x} \cdot 10$ [°C]	$s \cdot 10$ [°C]	Schiefe	Exzeß	$p(s \neq \bar{s}_{ges})$ [%]	$\bar{x}_{ges} \cdot 10$ [°C]	$\bar{s}_{ges} \cdot 10$ [°C]
1	-4.32	29.56	-.529	.064	+ 99.99	87.75	19.53
2	4.50	30.30	-1.257	2.171	+ 99.99		
3	39.58	21.63	-.176	-.788	+ 88.83		
4	83.43	15.97	.155	-.766	- 99.46		
5	130.74	16.06	-.276	-.424	- 99.32		
6	164.34	14.74	-.075	.017	- 99.99		
7	181.17	13.04	-.225	-.328	- 99.99		
8	172.97	11.79	.283	-.114	- 99.99		
9	137.82	14.58	-.095	.626	- 99.99		
10	89.87	16.09	-.282	-.413	- 99.27		
11	43.13	17.46	-.124	-.579	- 88.40		
12	9.79	23.20	-.550	.126	+ 99.33		

die Abweichung größer oder kleiner Null ist. Im Fall Dresden sind die monatlichen Standardabweichungen in den Monaten Dezember bis Februar signifikant größer und in den Monaten April bis Oktober signifikant kleiner als die Standardabweichung aller Monate. Das bedeutet im Fall Dresden kann im wesentlichen von einem signifikanten Jahresgang der Standardabweichung gesprochen werden. Dieses Phänomen ist beispielsweise für die vorgestellte konventionelle Herangehensweise, die Überschreitung des 2σ -Intervalls, von Interesse. Wird für alle Monate ein einheitlicher Wert als Schwellenwert angenommen, werden überwiegend Extremwerte in den Wintermonaten detektiert und extreme Sommermonate bleiben weitgehend unbeachtet.

Zu Beginn der Analyse, wenn noch alle Strukturen in der Temperaturzeitreihe enthalten sind, wird in allen untersuchten Fällen die Hypothese der Normalverteilung abgelehnt. Im Fall Dresden liegt die Ablehnungswahrscheinlichkeit bei über 99.99%. Um trotzdem einen Eindruck von der Verteilung zu bekommen, sind in Tabelle 2 die Jahrgänge der Minima, Maxima, des Medians, des ersten Quartils und des dritten Quartils angegeben. Für die Minima und Maxima sind zusätzlich die Jahre des ersten Auftretens angegeben. Bemerkenswert ist, daß 11 der 12 Minimumtemperaturen in der ersten Hälfte und 10 der 12 Maximumtemperaturen in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums auftreten. Das entspricht einer hochsignifikanten Anhäufung der Minima und einer signifikanten Anhäufung der Maxima in der ersten bzw. zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums.

Tabelle 2: Jahrgänge der minimalen und maximalen Monatsmitteltemperatur und die Jahre des ersten Auftretens Jahr_{\min} und Jahr_{\max} an der Station Dresden. Des weiteren sind die Jahrgänge des 1. Quartils, des 3. Quartils und des Medians aufgeführt.

Monat	Minimum ·10[°C]	1. Quart. ·10[°C]	Median ·10[°C]	3. Quart. ·10[°C]	Maximum ·10[°C]	Jahr_{\min}	Jahr_{\max}
1	-94	-23	-2	16	50	1940	1975
2	-108	-8	10	24	67	1929	1990
3	-16	23	41	56	81	1883	1938
4	49	72	83	96	121	1929	1961
5	91	120	133	142	168	1876	1931
6	117	154	164	174	200	1923	1930
7	150	172	183	190	215	1907	1983
8	149	166	172	180	204	1902	1944
9	91	130	138	147	176	1912	1982
10	49	77	91	101	127	1881	1907
11	3	29	45	55	85	1919	1963
12	-61	-3	12	26	59	1879	1934

An den übrigen 40 untersuchten Stationen werden 9 hochsignifikante und 14 signifikante Anhäufungen der Minima in der ersten Hälfte des Beobachtungszeitraums, sowie eine hochsignifikante und 10 signifikante Anhäufungen der Maxima in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums detektiert. Signifikante Anhäufungen von Maxima in der ersten oder Minima in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums gibt es nicht.

Detektion der Trend- und Saisonkomponente:

Im folgenden Arbeitsschritt werden der Temperaturzeitreihe Dresdens die 23 Basisfunktionen zur Detektion der Trend- und Saisonkomponente gegenübergestellt. In Tabelle 3 sind diejenigen Funktionen aufgeführt, die einen signifikanten Anteil der Varianz der Zeitreihe erklären und aus der Zeitreihe eliminiert werden. Wie an allen Stationen zeigt sich auch im Beispiel Dresden die starre, harmonische Schwingung der Wellenzahl $j=1$ pro Jahr als signifikanteste Basisfunktion und erklärt etwa 92% der Varianz der Zeitreihe. Abbildung 7 zeigt die Temperaturzeitreihe der Jahre 1871 bis 1880 vor und nach der Detektion und Eliminierung dieser signifikantesten Schwingung. Die rote Kurve zeigt sehr deutlich die dominante 12-Monatsperiodizität, hervorgerufen durch die Temperaturdifferenz zwischen Sommer und Winter. Die Amplitude beträgt im Beispiel Dresden 9.3°C und die Phasenlage etwa 33 Tage. Der Nullpunkt wurde innerhalb dieser Analysen in die Mitte des Monats Dezember gelegt. Das Minimum der harmonischen Schwingung der Wellenzahl 1 liegt also entsprechend der Phasenlage von 33 Tagen am 18. Januar.

Als nächstes wird der lineare Trend als signifikanteste Basisfunktion detektiert. In-

Tabelle 3: Detektierte Trend- und saisonale Komponente in der Originalreihe der Station Dresden. Die Variable i gibt die Ordnung der detektierten Trendfunktion an. Harmonische Schwingungen werden durch die Wellenzahl j und die Amplitudenabhängigkeit k charakterisiert (siehe Gleichung (3)).

Nr.	signifikante Basisfunktionen	Amplitude $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}/\text{Monat}^k$]	Phasenlage [Tage]	Trends $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]	erklärte Varianz [%]
1	$j=1, k=0$	-93.1	32.769		91.88
2	$i=1$			9.1	1.8
3	$j=3, k=1$	$0.153 \cdot 10^{-2}$	2.753		0.22
4	$j=5, k=2$	$0.134 \cdot 10^{-5}$	13.949		0.21

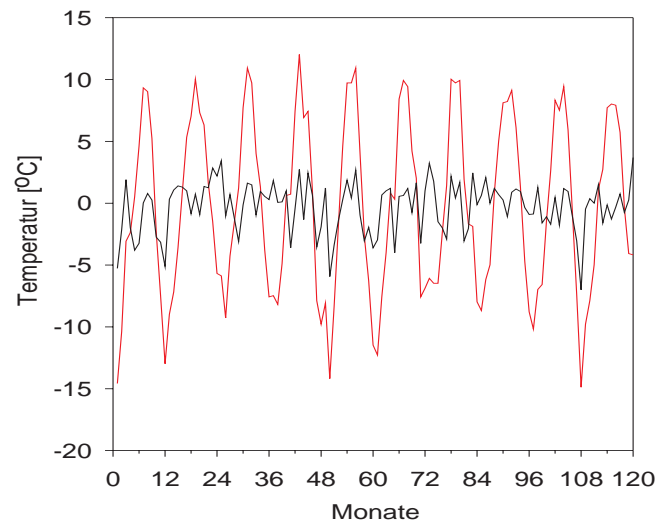


Abbildung 7: Darstellung der ersten 10 Jahre (1871-1880) der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden vor (rot) und nach (schwarz) Abzug der 12-Monatsschwingung mit starrer Amplitude.

nerhalb des Beobachtungszeitraums bewirkt er eine Temperaturzunahme um 0.9°C . Der Trend erklärt deutlich geringere 1.8% der Varianz der Residuen. Trotzdem ist der Unterschied zwischen den Residuen vor und nach Abzug des Trends auch augenscheinlich erkennbar (siehe Abbildung 8). Als Oberschwingung des Jahresgangs werden noch die 4-Monatswelle mit linearer Amplitudenabhängigkeit und die Schwingung mit der Wellenzahl 5 pro Jahr mit quadratischer Amplitudenabhängigkeit als signifikante Basisfunktionen detektiert. Wie Tabelle 3 zu entnehmen ist, werden durch diese Funktionen nur noch sehr geringe Varianzanteile erklärt. In einer graphischen Darstellung wären somit die Veränderungen durch die Eliminierung dieser Schwingungen nicht gut erkennbar.

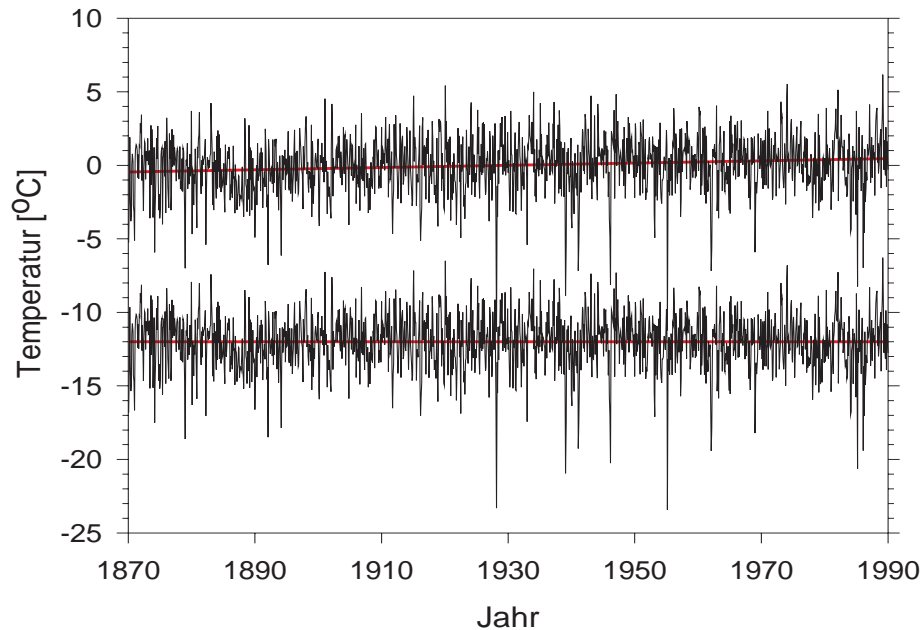


Abbildung 8: Der obere Graph zeigt die Residuen vor und der untere Graph nach Abzug des Trends bei der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden. Der untere Graph ist zur besseren Übersicht auf den Mittelwert -12°C gebracht.

Durch Summation der Funktionen 1, 3 und 4 kann die Saisonfigur Dresdens für den Beobachtungszeitraum genau beschrieben werden. Weiterhin folgt, daß bezüglich der Wellenzahlen 1, 3 und 5 offenbar keine signifikanten Änderungen in der Phasenlage auftreten, da keine Überlagerung der entsprechenden Funktion mit unterschiedlicher Amplitudenabhängigkeit auftritt. Die 4-Monatsperiodizität bewirkt innerhalb des Beobachtungszeitraums eine Amplitudenzunahme um etwa 0.2°C und die Schwingung mit der Wellenzahl 5 um etwa 0.3°C , wobei die Überlagerung stellenweise konstruktiv (verstärkend) und stellenweise destruktiv (abschwächend) erfolgt. Insgesamt können durch die Trend- und Saisonkomponente 92.06% der Varianz der Zeitreihe erklärt werden. Diese Ergebnisse sind jedoch noch nicht endgültig, da sie durch eventuell enthaltene Extremereignisse verfälscht sein können.

Dektection der glatten Komponente:

Zur Erfassung glatter niederfrequenter Schwingungen werden Polynome bis zur fünften Ordnung zur Verfügung gestellt. Im Fall Dresden erklärt im ersten Durchlauf des Arbeitszyklus das Polynom fünfter Ordnung nicht signifikant mehr Varianz der Residuen als das Polynom vierter Ordnung. Gemäß dem verwendeten Detektionskriterium wird somit das

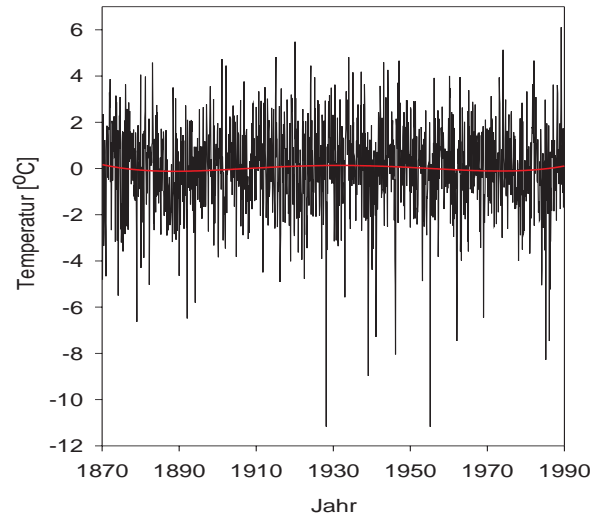


Abbildung 9: Die rote Linie markiert den Verlauf der detektierten glatten Komponente in den Residuen (schwarz) der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden nach Abzug der Trend- und Saisonkomponente.

Polynom vierter Ordnung mit folgenden Koeffizienten aus der Zeitreihe eliminiert:

$$g_l(t) = 1.694 - 0.3049 \cdot 10^{-1}t + 0.1008 \cdot 10^{-3}t^2 - 0.1089 \cdot 10^{-6}t^3 + 0.371 \cdot 10^{-10}t^4. \quad (14)$$

In Abbildung 9 ist die gefundene Schwingung rot eingezeichnet. Sie bewirkt die Eliminierung eines Bereichs relativ hoher Temperaturen um 1930 und zwei Bereiche relativ geringer Temperaturen um 1890 und 1975. Die glatte Komponente kann zwar nur 0.2% der Varianz der Residuen erklären, ist aber trotzdem signifikant in der Zeitreihe enthalten. Nach Abzug des aufgeführten strukturierten Anteils ist die Ablehnungswahrscheinlichkeit der Normalverteilung minimal von 99.99% auf 98.88% gesunken. Die empirische Häufigkeitsverteilung in Abbildung 10 vor der Detektion der Extremereignisse veranschaulicht die bestehenden Abweichungen von der Normalverteilung, insbesondere durch einzelne, extrem kalte Monatsmitteltemperaturen.

Extremereignisse:

Durch die Einführung der zusätzlichen Komponente „Extremereignisse“ werden diejenigen extremen Werte, die in Abbildung 10 durch einen Pfeil gekennzeichnet sind, aus der Zeitreihe extrahiert. In Tabelle 4 sind zusätzlich die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der Extremereignisse angegeben. Diese Berechnungen sind möglich, weil die Temperaturreihe Dresdens ohne die detektierten Ausreißer bzw. Extremereignisse in guter Näherung normalverteilt ist. Für den Februar 1929 und den Februar 1956, Monate die an mehreren europäischen Stationen als Extremereignis detektiert werden, liegen diese Wahrscheinlichkeiten in der Größenordnung von 10^{-4} . Die extrem hohen Wiederkehrzeiten ergeben sich

Tabelle 4: In der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden detektierte Extremereignisse sowie deren Ersatzwerte (siehe Seite 13) und das Datum des Erscheinens der Extremereignisse. Zusätzlich sind die Wahrscheinlichkeiten p_{Gauss} für das Auftreten der Extremereignisse in einer normalverteilten Zufallsvariable und die daraus resultierende Wiederkehrzeiten angegeben.

Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]	p_{Gauss} [%]	Wiederkehrzeit [Jahre]
2.1929	-10.8	1.6	$3.22 \cdot 10^{-4}$	310559
1.1940	-9.4	1.3	$3.18 \cdot 10^{-2}$	3145
1.1942	-7.7	-1.6	0.37	270
2.1947	-7.6	3	$7.59 \cdot 10^{-2}$	1318
2.1956	-10.7	-4.8	$3.93 \cdot 10^{-4}$	254453
1.1963	-7.7	-0.3	0.37	270
2.1986	-7.7	1.1	$6.56 \cdot 10^{-2}$	1524
1.1987	-7.5	-0.9	0.47	213

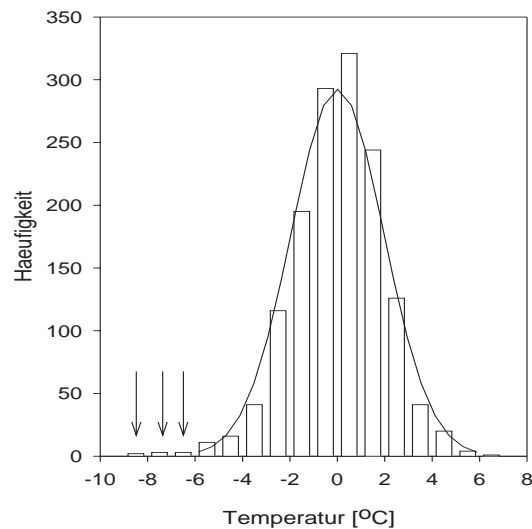


Abbildung 10: Die Verteilung der Temperaturzeitreihe Dresdens vor der Detektion der Extremereignisse. Die Pfeile kennzeichnen die enthaltenen Extremereignisse.

aus den Kehrwerten der Wahrscheinlichkeiten und verdeutlichen die Unvereinbarkeit der Extremereignisse mit der restlichen Verteilung. Auffällig ist am Beispiel Dresden, daß mit Ausnahme des Februar 1929 alle Extremereignisse in der zweiten Hälfte des Zeitintervalls liegen. Diese Beobachtung wird an den anderen untersuchten europäischen Stationen nicht

gemacht. Nachdem die Extremereignisse extrahiert und durch normalverteilte Werte ersetzt worden sind, durchläuft die modifizierte Reihe erneut den Arbeitszyklus.

2. Durchgang

Analyse des Jahresgangs:

In den Tabellen 5 und 6 sind die statistischen Grundgrößen der modifizierten Temperaturzeitreihe enthalten. Schiefe und Exzeß haben sich nach Abzug der Extremereignisse in den Monaten Januar und Februar deutlich dem Idealwert Null genähert. Offenbar haben die extrem kalten Wintermonate die deutlich negative Schiefe verursacht. Außerdem führen Extremereignisse zu einer Erhöhung der Standardabweichung. Das bedeutet in Verteilungen mit Extremereignissen sind mehr Daten in der Nähe des Häufigkeitsmaximum zentriert als es bei der Normalverteilung mit der gleichen Standardabweichung der Fall ist. Das hat einen positiven Exzeß zur Folge.

Tabelle 5: Jahresgänge der Monatsmitteltemperatur \bar{x} , Standardabweichung s , Schiefe und Exzeß der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden. Weiterhin sind der mittlere Monatsmittelwert \bar{x}_{ges} , die mittlere monatliche Standardabweichung \bar{s}_{ges} sowie die Wahrscheinlichkeiten $p(s \neq \bar{s}_{ges})$ für deren Abweichung von der entsprechenden Standardabweichung s angegeben. Alle Berechnungen wurden nach Abzug der Extremereignisse durchgeführt.

Monat	$\bar{x} \cdot 10$ [°C]	$s \cdot 10$ [°C]	Schiefe	Exzeß	$p(s \neq \bar{s}_{ges})$ [%]	$\bar{x}_{ges} \cdot 10$ [°C]	$\bar{s}_{ges} \cdot 10$ [°C]
1	-1.76	25.94	-.198	-.486	+99.99	88.23	18.44
2	7.64	24.84	-.624	.071	+99.99		
3	39.58	21.63	-.176	-.788	+98.79		
4	83.43	15.97	.155	-.766	-95.52		
5	130.74	16.06	-.276	-.424	-94.65		
6	164.34	14.74	-.075	.017	-99.79		
7	181.17	13.04	-.225	-.328	-99.99		
8	172.97	11.79	.283	-.114	-99.99		
9	137.82	14.58	-.095	.626	-99.87		
10	89.87	16.09	-.282	-.413	-94.32		
11	43.13	17.46	-.124	-.579	-55.11		
12	9.79	23.20	-.550	.126	+99.98		

Detektion der Trend- und Saisonkomponente:

Im zweiten Durchgang werden erneut die 12-Monatsschwingung, der lineare Trend und die 6-Monatsschwingung detektiert. Im Vergleich zum ersten Durchgang haben sich allerdings die Phasenlagen und Amplituden leicht verändert. Die Trendamplitude ist um etwa 0.1°C

Tabelle 6: Für die Temperaturzeitreihe an der Station Dresden berechneten Jahresgänge der monatlichen Minimums- und Maximumtemperatur, des 1. Quartils, 3. Quartils und des Medians nach Abzug der Extremereignisse. Unter Jahr_{\min} bzw. Jahr_{\max} sind die Jahre des ersten Auftretens der minimalen bzw. maximalen Monatsmitteltemperatur aufgeführt.

Monat	Minimum $\cdot 10[^\circ\text{C}]$	1. Quart. $\cdot 10[^\circ\text{C}]$	Median $\cdot 10[^\circ\text{C}]$	3. Quart. $\cdot 10[^\circ\text{C}]$	Maximum $\cdot 10[^\circ\text{C}]$	Jahr_{\min}	Jahr_{\max}
1	-73	-20	-2	16	50	1893	1975
2	-56	-7	12	25	67	1895	1990
3	-16	23	41	56	81	1883	1938
4	49	72	83	96	121	1929	1961
5	91	120	133	142	168	1876	1931
6	117	154	164	174	200	1923	1930
7	150	172	183	190	215	1907	1983
8	149	166	172	180	204	1902	1944
9	91	130	138	147	176	1912	1982
10	49	77	91	101	127	1881	1907
11	3	29	45	55	85	1919	1963
12	-61	-3	12	26	59	1879	1934

Tabelle 7: Im zweiten Durchlauf detektierte Trend- und Saisonfunktionen der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden.

signifikante Basisfunktionen	Amplitude $\cdot 10$ $[^\circ\text{C}/\text{Monat}^k]$	Phasenlage [Tagen]	Trend $\cdot 10$ $[^\circ\text{C}]$
$j=1, k=0$ $i=1$	-92.2	32.627	10.2
$j=2, k=0$	-1.96	-36.548	

angestiegen. Die extrem kalten Winter in der zweiten Beobachtungshälfte führten zuvor zu einer Unterschätzung des linearen Trends. Die Oberschwingungen des Jahresgangs mit linearer und quadratischer Amplitudenfunktion sind jetzt nicht mehr signifikant in der Zeitreihe enthalten. Durch das überwiegende Auftreten der Extremereignisse in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums wurde eine Zunahme der Amplitude mit der Zeit vorgetäuscht. Durch die Eliminierung der 8 Extremereignisse aus den 1440 Werten wurde erreicht, daß die linearen und quadratischen Funktionen keinen signifikanten Anteil mehr der Zeitreihe erklären können. Grund hierfür ist die Anpassung der Basisfunktionen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate, die sehr empfindlich auf Ausreißer reagiert.

Detektion der glatten Komponente:

Anschließend wird erneut das Polynom vierter Ordnung zur Beschreibung glatter, niederfrequenter Änderungen ausgewählt. Es hat die Form

$$g_1(t) = 2.382 - 0.4196 \cdot 10^{-1}t + 0.1377 \cdot 10^{-3}t^2 - 0.1482 \cdot 10^{-6}t^3 + 0.504 \cdot 10^{-10}t^4 \quad (15)$$

und erklärt 0.4% der Varianz der Residuen. In Abbildung 11 ist zum direkten Vergleich obiges Polynom zusammen mit der glatten Komponente aus dem ersten Durchgang des Arbeitszyklus in einer Graphik dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die Lage der Minima und Maxima recht genau übereinstimmen. Lediglich die Amplitude der glatten Komponente hat sich im zweiten Durchlauf vergrößert. Im zweiten Durchlauf werden durch Trend, saisonale und glatte Komponente 93.2% der Varianz erklärt. Das bedeutet, daß etwa 1/14 der Varianz s^2 nicht erklärt werden kann. Das entspricht etwa 26.7% der Standardabweichung s . Da keine weiteren Extremereignisse detektiert werden, folgt die abschließende Residuenanalyse.

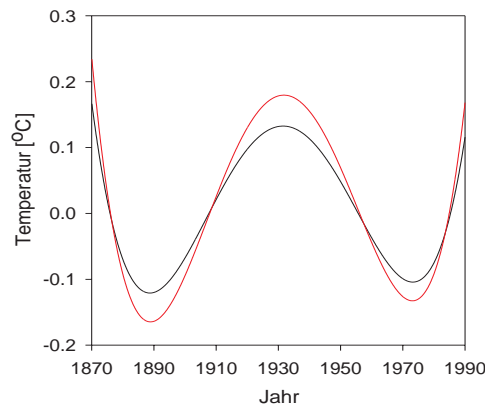


Abbildung 11: In der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden detektierte glatte Komponente im ersten (schwarz) und im zweiten (rot) Durchlauf des Arbeitszyklus.

Residuenanalyse:

Abbildung 12 zeigt schon augenscheinlich eine deutlich bessere Übereinstimmung der empirischen Häufigkeitsverteilung mit der Normalverteilung. Auch der Kolmogorov-Smirnov-Test ergibt jetzt eine deutlich geringere Ablehnungswahrscheinlichkeit der Normalverteilung von 80%. Wenn auch diese Ablehnungswahrscheinlichkeit recht hoch erscheinen mag, so bedeutet sie doch, daß unter 10 Stichproben normalverteilter Grundgesamtheiten zwei Stichproben die Normalverteilung schlechter treffen als die Residuen der Station Dresden. Das Residuum kann somit als Summe vieler im einzelnen unbedeutender Einflüsse betrachtet werden und die Zerlegung der Temperaturzeitreihe gemäß Gleichung (1) ist gelungen.

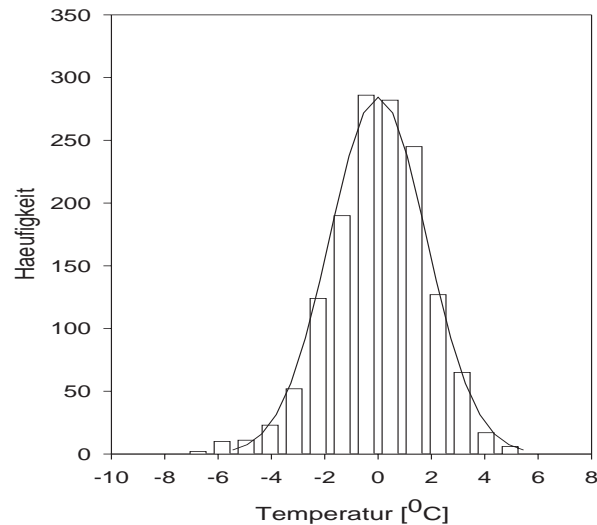


Abbildung 12: Die Verteilung der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden am Ende der selektiven Zeitreihenzerlegung. Die Residuen genügen näherungsweise der Normalverteilung.

Tabelle 8: Ergebnisse der Stationaritätstests bezüglich des Mittelwerts und der Varianz für die Residuen der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden.

	1.Intervall	2.Intervall	Signifikanz der Unterschiede
Mittelwert $\cdot 10$ [°C]	85.65	90.80	85.09%
Standardabweichung $\cdot 10$ [°C]	67.25	68.30	32.12%

Im folgenden wird überprüft, ob die Residuen als Wirkung stationärer Zufallsprozesse aufgefaßt werden können. In Tabelle 8 sind Mittelwert und Standardabweichung für die erste und die zweite Hälfte des Beobachtungszeitraums angegeben. In beiden Fällen ergeben sich keine signifikanten Instationaritäten. Deutliche Instationaritäten ergeben sich jedoch bezüglich der Autokorrelationsfunktion. In Abbildung 13 ist zu erkennen, daß lediglich zur Zeitverschiebung 1 signifikant von Null verschiedene Autokorrelationen auftreten (Persistenz). Allerdings sind die Unterschiede zwischen den Autokorrelationsfunktionen des ersten und zweiten Zeitintervalls in einem Drittel der Fälle, und zwar zu den Zeitverschiebungen 3, 5, 12, 13, 16 und 17, signifikant. Die Residuen sind somit als instationär einzustufen. Eventuell sind noch Änderungen in der Struktur der Zeitreihe enthalten, die eine Instationarität bezüglich der Autokorrelation verursachen.

Zusammenfassend läßt sich daher feststellen, daß die Temperaturzeitreihe an der Sta-

tion Dresden als Realisation einer normalverteilten Zufallsvariable mit zeitlich variierendem Mittel und zeitlich variierender Varianz aufgefaßt werden kann. Die Residuen können nicht als Realisation eines stationären Zufallsprozesses interpretiert werden.

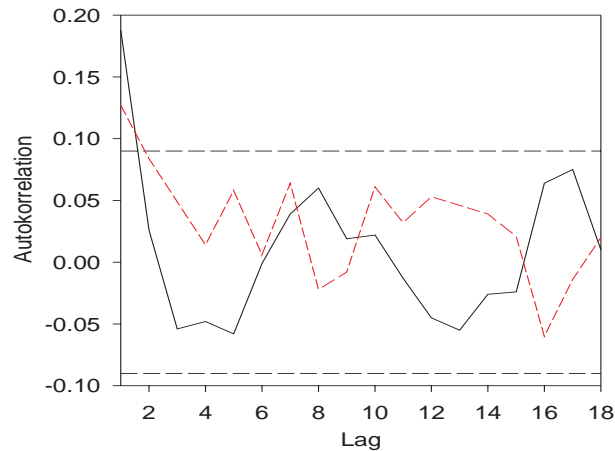


Abbildung 13: Die Autokorrelationsfunktion der Zeitverschiebungen 1 bis 18 der Residuenreihe Dresdens. Die Autokorrelationsfunktion der ersten Hälfte des Beobachtungszeitraums ist schwarz und die Autokorrelationsfunktion der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums ist rot eingezeichnet. Die schwarz gestrichelten Linien geben die 90%-Signifikanzschwelle an.

4.3 Ergebnisse und Interpretation

Nach der vorangegangenen Erläuterung der Methodik am Beispiel der Temperaturzeitreihe an der Station Dresden werden in den folgenden Unterkapiteln die Ergebnisse der selektiven Zeitreihenzerlegung aller untersuchten Temperaturzeitreihen dargestellt.

4.3.1 Trendkomponente

In dem Funktionspaket aus 23 Basisfunktionen, das jeder Zeitreihe im ersten Arbeitsschritt zur Verfügung gestellt wird, sind 5 Trendfunktionen enthalten, die lineare, progressive und degressive Trendverläufe beschreiben können. Welche Form die detektierten Trends an den untersuchten 41 europäischen Stationen haben, ist in Abbildung 14 und Tabelle 9 dargestellt.

An 39 der 41 Stationen darf mindestens eine Trendfunktion einen signifikanten Anteil der Varianz der Temperaturzeitreihe erklären. Lediglich in den Temperaturzeitreihen von Kiew und Belfast wird kein Trend detektiert. Eine weitere Besonderheit ist, daß ebenfalls nur an zwei Stationen, Athen und De Bilt, ein negativer Trend aufritt. An mehr als der Hälfte der Stationen erklärt der positiv lineare Trend einen signifikanten Anteil der Varianz der Zeitreihe. Dagegen wird an nur sieben Stationen in den mittleren Breiten ein progressiv

Tabelle 9: Anzahl der Stationen, deren Temperaturzeitreihen die aufgeführten Trendarten signifikant enthalten.

Art des Trends	Anzahl
linear steigend	26
linear fallend	1
progressiv steigend	7
progressiv fallend	1
degressiv steigend	4
kein Trend	2

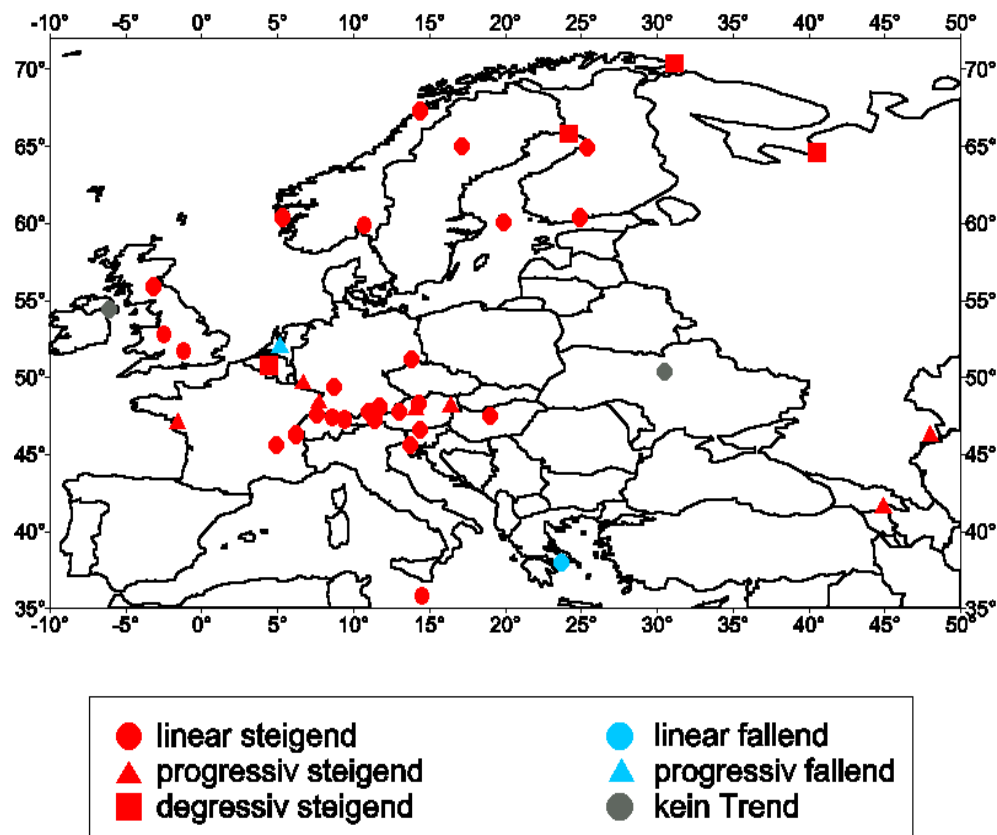


Abbildung 14: Die geographische Verteilung der detektierten Trendarten über Europa.

steigender Trend detektiert. Ein degressiv steigender Trend wird sogar nur an vier Stationen, die vorwiegend in nördlicheren Breiten liegen, beobachtet. Von den untersuchten 41 Temperaturzeitreihen weist keine einen degressiv fallenden Trendverlauf auf. In Abbildung 15 ist unabhängig von der Art des Trends die Trendamplitude während des Beobachtungszeitraums von 1871 bis 1990 dargestellt. Das ist diejenige Temperaturänderung, welche

durch die Trendfunktionen erklärt werden kann. Zur Erstellung dieses als auch der noch folgenden Isolinienbilder müssen die unregelmäßig verteilten Stationen in ein äquidistantes Gitterpunktsystem überführt werden. Als Interpolationsverfahren wurde das „Ordinary Kriging“ [12] verwendet, welches den mittleren Fehler zwischen den Schätzwerten an den jeweiligen Gitterpunkten und den Stationswerten auf Null reduziert und gleichzeitig die Fehlervarianz minimiert [20]. Dem Vergleich der Abbildung 5 mit den noch folgenden Isolinienbildern ist zu entnehmen, daß in den gewählten Ausschnitten der Isolinienbilder nicht alle untersuchten Stationen enthalten sind. Aufgrund der geringen Datendichte jenseits von 35° Ost sind die Isolinien in diesem Bereich wenig vertrauenswürdig und werden nicht dargestellt. Die ausgegrenzten Stationen sind jedoch in die Berechnungen der Isolinien eingegangen.

Zur Erstellung des Isolinienbildes in Abbildung 15 wurde die Station De Bilt außer acht gelassen. Die außergewöhnlich starke Temperaturabnahme um 0.8°C hätte um die Station eine starke Isoliniendrängung erzeugt und den Gesamteindruck gestört. Der stärkste Temperaturanstieg liegt bei etwa 1°C pro 120 Jahre und wird vorwiegend in Österreich und der Schweiz aber auch an einer schwedischen Station (Maarianhamina) detektiert. Um diese Maxima verlaufen die Isolinien weitgehend diagonal von südwestlicher in nordöstliche Richtung. Es ist zu erkennen, daß an dem überwiegenden Anteil der Stationen ein Temperaturanstieg von mindestens 0.6°C im Beobachtungszeitraum detektiert wird.

4.3.2 Saisonkomponente

Den weitaus größten Teil der Varianz der Temperaturzeitreihen erklärt die harmonische Schwingung des Jahresgangs mit 12-Monatsperiodizität und starrer Amplitude. Entsprechend wird diese Funktion an allen Stationen als erstes detektiert und erklärt im Schnitt etwa 90% der Varianz. Oberschwingungen des Jahresgangs und Trendfunktionen tragen einen deutlich geringeren Anteil bei und erhöhen zusammen den Anteil der erklärten Varianz etwa um 1 bis 2%. In Abbildung 16 ist die durch Trend- und saisonale Komponente erklärte Varianz der Zeitreihen graphisch dargestellt. Es ist ein im wesentlichen diagonal verlaufendes Isolinienbild zu erkennen, mit einer Abnahme der erklärten Varianz zu höheren Breiten und in westliche Richtung. Eventuell treten in den Zeitreihen der nördlicheren Stationen Strukturen auf, die durch das verwendete Funktionspaket nicht erklärt werden können, oder aber es existiert ein größerer Rauschanteil in höheren Breiten. Die Abnahme der erklärten Varianz in westliche Richtung könnte mit dem dämpfenden maritimen Einfluß auf die Saisonkomponente erklärt werden. Auffällig in Abbildung 16 ist die Isoliniendrängung im Bereich Süddeutschlands und der Schweiz. Hervorgerufen wird sie durch die beiden Bergstationen Hohenpeißenberg und Säntis. Wie dem Anhang E zu entnehmen ist, handelt es sich um die beiden höchstgelegenen der betrachteten Meßstationen. Mit 88% bzw. 89.7% erklärte Varianz der Temperaturzeitreihen der Stationen Säntis bzw. Hohenpeißenberg wird etwas weniger Varianz erklärt als in den Temperaturzeitreihen der umliegenden Stationen.

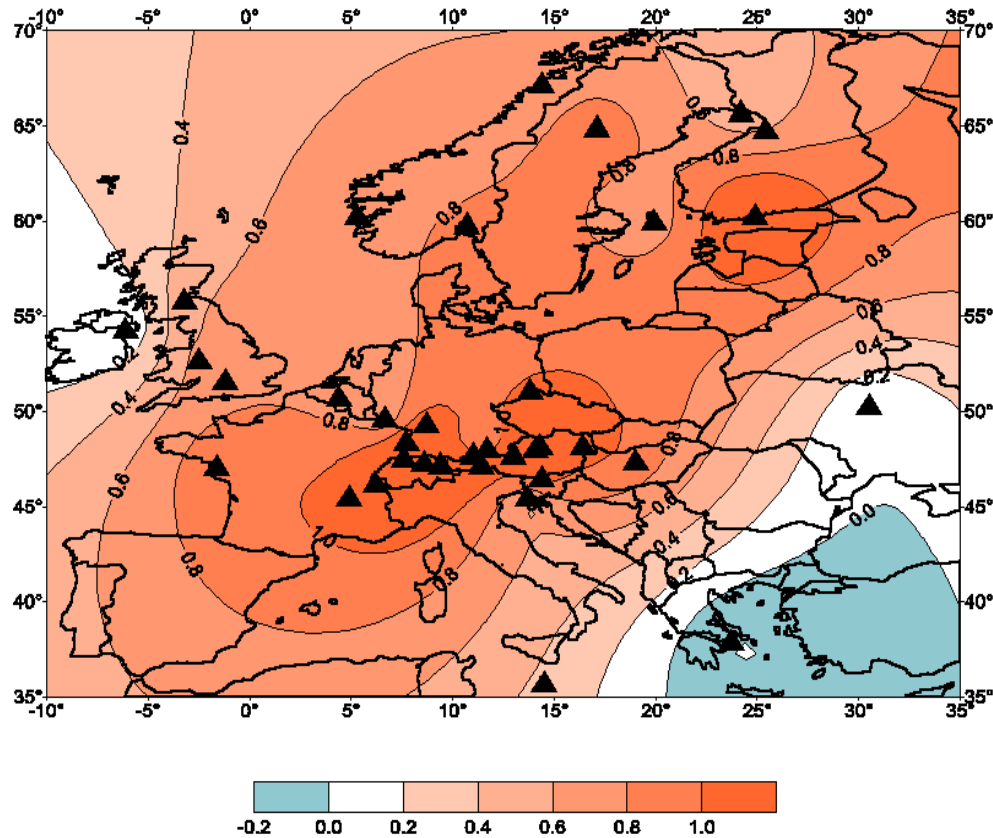


Abbildung 15: Durch die Trendkomponente erklärte Temperaturzu- bzw. abnahme innerhalb des Beobachtungszeitraums von 1871 bis 1990.

4.3.3 Änderungen der Saisonfigur

Zur Detektion der saisonalen Komponente werden Schwingungen der Wellenzahlen 1 bis 6 pro Jahr, jeweils mit starrer, linearer und quadratischer Zeitabhängigkeit der Amplitude verwendet. Wird bezüglich einer bestimmten Wellenzahl lediglich eine Funktion in einer Temperaturzeitreihe detektiert, so ist gemäß Gleichung (3) die Amplitudenänderung im Beobachtungszeitraum durch Multiplikation der Amplitude zum Zeitpunkt $t=1$ mit der Zeitreihenlänge hoch k minus der Amplitude zum Zeitpunkt $t=1$ gegeben. Die entsprechenden Ausgangswerte sind dem Anhang B zu entnehmen. Die Phasenlage unterliegt in diesem Fall keiner Änderung. Neben den zugelassenen linearen und quadratischen Änderungen in der Amplitude weist auch die Detektion verschiedener harmonischer Schwingungen der gleichen Wellenzahl in einer Zeitreihe gemäß den Gleichungen (4) bis (6) auf signifikante, strukturierte Änderungen in der Saisonfigur hin. Tatsächlich wird in einigen Temperaturzeitreihen die harmonische Schwingung mit der Wellenzahl 1 sowohl mit starrer Amplitude als auch mit quadratischer Zeitabhängigkeit in der Amplitudenfunktion detektiert. Aus der Überlagerung resultiert eine harmonische Schwingung mit der gleichen Wellenzahl, jedoch zeitlich variierender Amplitude und Phasenlage.

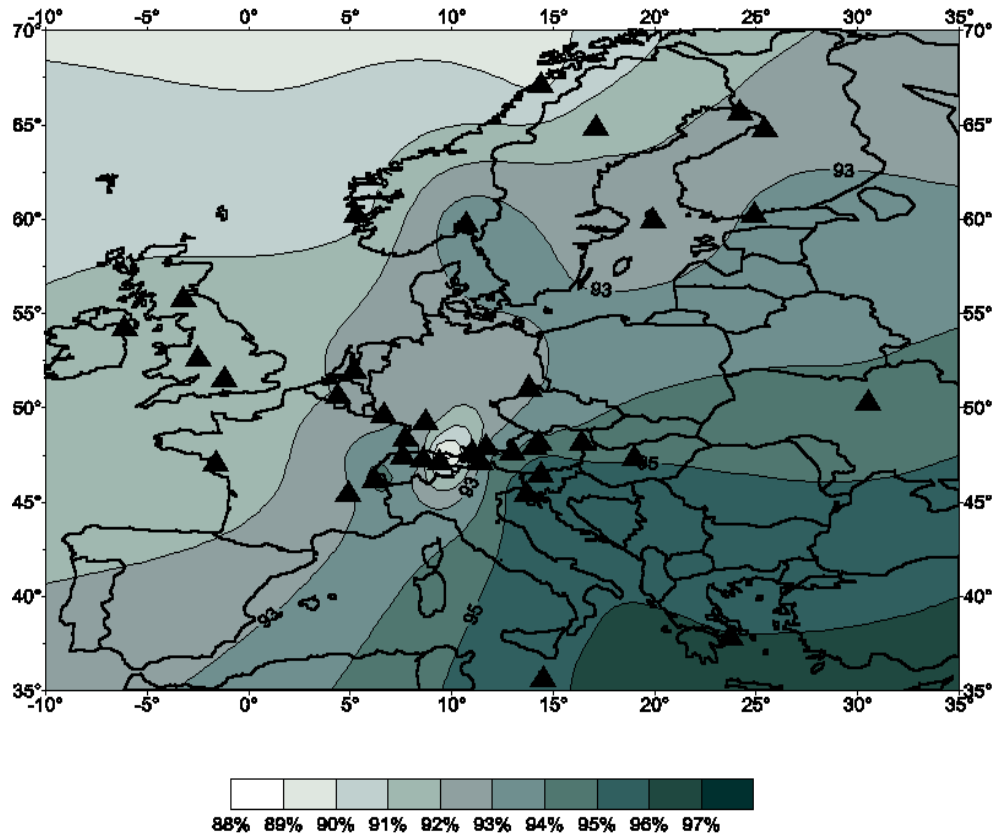


Abbildung 16: Durch Trend- und saisonale Komponente erklärte Varianz der Temperaturzeitreihen.

In Tabelle 10 sind die, aus der Überlagerung der beiden Schwingungen resultierenden, Phasenlagen und Amplituden zum Anfang und zum Ende des Beobachtungszeitraums 1871 bis 1990 angegeben. Eine Zunahme der Amplitude wird lediglich an einzelnen nördlicheren Stationen in England, Finnland, Irland und Schweden detektiert. Amplitudenabnahmen werden deutlich öfter beobachtet und sind dem Betrag nach größer. Die Tendenz zu einer geringeren Jahresamplitude steht möglicherweise im Zusammenhang mit einer Zunahme des maritimen Einflusses aufgrund verstärkten Auftretens zonaler Zirkulationsformen. In den Änderungen der Phasenlage könnte zunächst eine Ost-West-Systematik vermutet werden, da die Saisonfigur östlicher Stationen eher eine negative und die Saisonfigur westlicher Stationen eher eine positive Phasenverschiebung aufweisen. Die recht geringen Verschiebungen der Phasenlage, deren Beträge einen Mittelwert von 1.7 Tagen haben, erscheinen jedoch zunächst relativ unbedeutend. Allerdings fand Thomson [25] mittels der Methode der komplexen Demodulation, daß ab 1940 an einigen Stationen die Änderungen in der Phasenlage sehr viel deutlicher in Erscheinung treten als in den Jahren zuvor. Ein vergleichbares Ergebnis liefert die hier verwendete Methode, wenn in einer zweiten Analyse lediglich der Beobachtungszeitraum 1940 bis 1990 betrachtet wird. Durch die Variation des Zeitraums kann es allerdings passieren, daß die Analyse des gesamten Beobachtungs-

Tabelle 10: Es sind die Amplituden A und die Phasenlagen ϕ zum Zeitpunkt $t=1$ und $t=1440$, sowie deren Differenzen $\Delta\phi$ und die Differenzen der Amplitudenabträge $\Delta|A|$, wie sie aus der Überlagerung der harmonischen Schwingungen der Wellenzahl 1 folgen, aufgeführt. Die Berechnungen beziehen sich auf den Beobachtungszeitraum 1871 bis 1990.

Station	$\phi(t=1)$ [Tage]	$\phi(t=1440)$ [Tage]	$\Delta\phi$ [Tage]	$A(t=1)$ $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]	$A(t=1440)$ $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]	$\Delta A $ $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]
München	31.85	32.81	0.96	-96.67	-94.29	-2.38
Cent. England	38.0	40.17	2.17	-61.99	-62.75	0.76
Oxford	38.06	38.90	0.84	-65.06	-66.04	0.98
Oulu	36.82	35.21	-1.61	-127.18	-128.87	1.69
Nantes	36.95	38.65	1.7	-68.02	-67.18	-0.84
Athen	42.48	41.25	-1.23	-93.49	-91.44	-2.05
Belfast	38.19	40.51	2.32	-53.91	-54.91	1
De Bilt	33.21	39.00	5.79	-84.23	-72.8	-11.43
Edinburgh	40.78	42.91	2.13	-56.10	-55.96	-0.15
Haparanda	37.82	36.55	-1.27	-131.04	-134.42	3.38
Basel	31.82	33.06	1.24	-90.05	-87.7	-2.35
Genf	30.80	32.81	2.01	-91.63	-89.99	-1.64
Säntis	44.08	47.36	3.28	-72.34	-71.92	-0.42
Zürich	30.83	32.85	2.02	-92.66	-89.98	-2.68
Arhangel	36.08	34.36	-1.72	-139.26	-137.51	-1.75
Astrahan	32.23	31.07	-1.16	-159.61	-156.05	-3.56
Kiew	30.5	31.22	0.72	-133.27	-124.41	-8.86
Tbilisi	35.67	35.05	-0.62	-116.02	-113.35	-2.67
Budapest	30.31	30.28	-0.03	-112.77	-109.04	-3.73

zeitraum (1871-1990) Änderungen in der Saisonfigur an einer bestimmten Station zeigt, während die Analyse des Subintervalls 1940 bis 1990 keine Änderungen findet und umgekehrt. In Tabelle 11 sind die detektierten Änderungen für das Subintervall dargestellt. Zum direkten Vergleich der beiden Analysen zeigt Abbildung 17 die Änderungen in der Saisonfigur in Amplitude (links) und Phasenlage (rechts) für den gesamten Beobachtungszeitraum und für das Subintervall am Beispiel der Stationen Säntis, Oulu, Genf und Nantes jeweils in einer Graphik zusammengestellt. Bis 1940 zeigen sich sowohl für die Amplitude als auch für die Phasenlage nur geringfügige Änderungen. Die Analyse des Subintervalls zeigt allerdings in den folgenden 50 Jahren eine deutliche Änderung im Verhalten. Besonders deutlich sind die Änderungen in der Phasenlage. Die größte Phasenverschiebung wird auf dem Berg Säntis detektiert. Wie in Abbildung 17 rechts zu sehen ist, ergibt die Analyse des Subintervalls eine Verschiebung der Phasenlage um über 9 Tage. Die Temperaturzeitreihe der Station Genf weist noch eine sehr deutliche Verschiebung der Phasenlage von 5 Tagen auf.

Tabelle 11: Phasen- und Amplitudenänderungen im Beobachtungszeitraum 1940 bis 1990 bezüglich der Wellenzahl 1.

Station	$\phi(t=829)$ [Tage]	$\phi(t=1440)$ [Tage]	$\Delta\phi$ [Tage]	A(t=829) $\cdot 10 [^{\circ}\text{C}]$	A(t=1440) $\cdot 10 [^{\circ}\text{C}]$	$\Delta A $ $\cdot 10 [^{\circ}\text{C}]$
Hohenpeißenberg	37.15	39.46	2.31	-85.1	-81.43	-3.67
München	32.46	33.49	1.03	-96.33	-92.49	-3.84
Helsinki	38.04	35.39	-2.65	-119.43	-114.92	-4.51
Oulu	36.04	32.86	-3.18	-130.57	-131.92	1.35
Uccle	35.05	36.51	1.46	-78.56	-74.91	-3.65
Nantes	37.57	39.97	2.4	-67.75	-65.96	-1.79
Trieste	37.1	38.04	0.94	-96.74	-94.04	-2.7
De Bilt	35.92	38.24	2.32	-78.67	-73.64	-5.03
Bodö	41.33	38.56	-2.77	-76.49	-75.03	-1.46
Oslo	33.75	33.52	-0.23	-107.41	-103.43	-3.98
Vardö	46.31	43.58	-2.73	-72.7	-73.01	0.31
Basel	31.71	33.64	1.93	-91.68	-86.56	-5.12
Genf	31.34	36.53	5.19	-91.78	-88.21	-3.57
Säntis	44.78	54.14	9.36	-74.37	-67.88	-6.49
Zürich	31.56	34.36	2.8	-92.24	-88.57	-3.67
Arhangel	36.63	32.53	-4.1	-139.99	-136.99	-3
Astrahan	30.76	30.82	0.06	-159.23	-151.93	-7.3
Kiew	31.15	30.01	-1.14	-129.89	-116.45	-13.44
Haparanda	37.30	34.29	-3.01	-134.49	-135.21	0.72
Maarianhamina	44.76	42.02	-2.74	-99.31	-95.56	-3.75
Budapest	30.94	29.85	-1.09	-111.89	-106.57	-5.32

Der Mittelwert der Beträge der detektierten Phasenänderungen von 1940 bis 1990 liegt bei 2.5 Tagen (siehe Tabelle 11).

Die Analyse des Beobachtungszeitraums 1940 bis 1990 legt nun auch einen Zusammenhang zwischen der geographischen Breite und dem Vorzeichen der Phasenverschiebung nahe. An den nördlichen Stationen werden negative Phasenverschiebungen, also ein verfrühter Sommeranfang, und an den südlicheren Stationen positive Phasenverschiebungen detektiert. Eine klare Schwäche der Ergebnisse ist, daß eine zusätzliche Analyse des Subintervalls von 1940 bis 1990 nötig war, um die deutlichen Veränderungen in der Saisonfigur ab 1940 zu erhalten. Das bedeutet, die Ergebnisse werden zusätzlich durch die Empfindlichkeit des Verfahrens gegenüber der Zeitreihenlänge (siehe Kapitel 5) beeinflusst. Durch ein modifiziertes Funktionspaket, welches nicht nur starre, lineare und quadratische Amplitudenänderungen, sondern auch Änderungen der Amplitude gemäß t^3 oder t^4 zuläßt, hätten die verstärkten Änderungen ab 1940 wahrscheinlich mit einer einzigen Analyse de-

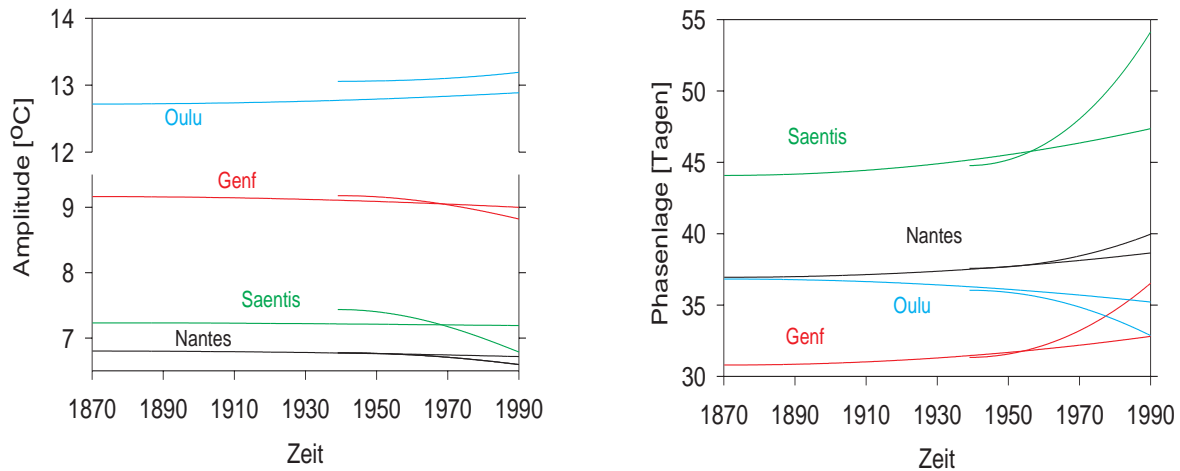


Abbildung 17: Die zeitlichen Verläufe der Amplitudenbeträge (links) und Phasenlagen (rechts) bezüglich der 12-Monatsschwingung. Die Graphiken beinhalten die Ergebnisse der Analysen des Datensatzes 1871 bis 1990 und 1940 bis 1990 am Beispiel der Stationen Genf, Nantes, Oulu und Säntis.

tektiert werden können. In Übereinstimmung mit Thomson werden auch Änderungen in der harmonischen Schwingung mit der Wellenzahl 2 pro Jahr detektiert. Aus Tabelle 12 geht hervor, daß jetzt an deutlich weniger Stationen deutlich stärkere Amplituden- und Phasenänderungen, wieder hervorgerufen durch die Überlagerung der Schwingungen mit starrer und quadratisch veränderlicher Amplitude, zwischen 1871 und 1990 detektiert werden. Bei der Überlagerung der harmonischen Schwingung mit der Wellenzahl 1 pro Jahr werden während des Beobachtungszeitraums nur Ab- oder Zunahmen in der Amplitude beobachtet, d. h. es treten keine Wendepunkte auf. In der Analyse, die lediglich auf dem Datenmaterial von 1940 bis 1990 basiert, wird bezüglich der Wellenzahl 2, an der Station Uccle erst eine Amplitudenabnahme und anschließend eine Amplitudenzunahme registriert. Bezüglich den Wellenzahlen 3 bis 6 werden keine Überlagerungen von Schwingungen gleicher Wellenzahl detektiert. Das bedeutet es treten ausschließlich Amplitudenänderungen gemäß t^k auf und die Phasenlage bleibt konstant. Dem Anhang B ist zu entnehmen, daß die Schwingung der Wellenzahl 3 mit linear veränderlicher Amplitude an 5 Stationen beobachtet wird und jeweils einen Temperaturanstieg in der Größenordnung von 0.5°C im Beobachtungszeitraum bewirkt. Schwingungen der Wellenzahl 4 treten mit linearer und quadratischer Amplitudenabhängigkeit an insgesamt 5 Stationen auf. Die Amplitudenänderung bleibt jeweils unter 0.5°C . An 14 Stationen erzeugen Schwingungen der Wellenzahl 5 mit quadratischer Amplitudenabhängigkeit ebenfalls einen Temperaturanstieg von weniger als 0.5°C .

Thomson fand, daß die Änderungen in der Phasenlage und in der mittleren Temperatur, wie sie in der gemittelten nordhemisphärischen Temperaturzeitreihe nach Jones

Tabelle 12: Phasen- und Amplitudenänderungen bezüglich der Wellenzahl 2 im Beobachtungszeitraum 1871 bis 1990.

Station	$\phi(t=1)$ [Tage]	$\phi(t=1440)$ [Tage]	$\Delta\phi$ [Tage]	A(t=1) $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]	A(t=1440) $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]	$\Delta A $ $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]
Oulu	18.91	10.32	-8.59	9.75	7.15	-2.6
Athen	42.37	36.37	-6	6.1	7.61	1.51
Belfast	-42.61	-38.17	4.44	-5.9	-3.96	-1.94
Luqa	-31.87	-38.17	-6.3	-6.47	-6.76	0.29
Bergen	29.88	25.57	-4.31	5.58	3.22	-2.36
Bodö	36.93	37.90	0.96	10.07	7.00	-3.08
Oslo	24.38	10.69	-13.69	6.14	4.69	-1.45
Haparanda	22.07	12.46	-9.61	9.7	5.94	-3.77
Stensele	20.01	-22.87	-42.88	3.88	1.44	-2.43

Tabelle 13: Phasen- und Amplitudenänderungen im Beobachtungszeitraum 1940 bis 1990 bezüglich der Wellenzahl 2.

Station	$\phi(t=829)$ [Tage]	$\phi(t=1440)$ [Tage]	$\Delta\phi$ [Tage]	A(t=829) $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]	A(t=1440) $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]	$\Delta A $ $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}$]
Nantes	-26.17	-35.59	-9.42	-6.76	-8.87	2.11
Uccle	-16.11	-42.6	-26.49	-4.2	-4.85	0.65

und Wigley [13] beobachtet werden, mit dem Logarithmus der atmosphärischen CO_2 -Konzentration korreliert sind [25]. Allerdings sollte ein bestehender Zusammenhang zwischen der CO_2 -Konzentration und Änderungen in der Saisonfigur durch Zirkulationsmodelle, die eine Zunahme der Treibhausgase berücksichtigen, nachvollzogen werden können. Der Vergleich der beobachteten Trends in der nordhemisphärischen Mitteltemperatur bezüglich der Amplitude und der Phasenlage mit den vom Geophysical Fluid Dynamics Lab (GFDL) und Community Climate Model (CCM1) [16] berechneten, zeigt eine Übereinstimmung im Vorzeichen der Amplitudenänderung aber ein gegenteiliges Verhalten bei der Phasenverschiebung [16].

In den Zeitreihen enthaltene Phasenänderungen sind für die Analyse von Anomaliezeitreihen von entscheidender Bedeutung. Durch die Subtraktion einer Funktion mit exakter 1-Jahresperiodizität zur Bildung der Anomaliezeitreihe wird, bei bestehender signifikanter Änderung der Phasenlage, ein saisonal unterschiedlicher Trend in der Zeitreihe erzeugt [25]. Einige Autoren [15] [23] berichten von einem saisonal unterschiedlichen linearen Trend in den Zeitreihen der Temperaturanomalien. Ein Großteil des Phänomens ist jedoch der Desaisonalisierung zuzuschreiben [25]. Zur Veranschaulichung ist eine Beispielrechnung mit

den charakteristischen Daten der Jahreswelle, wie sie aus den Analysen der Temperaturzeitreihe an der Station Genf hervorgegangen sind, durchgeführt worden. Entsprechend zeigt Abbildung 18 die Änderung des Mittelwerts einer harmonischen Schwingung mit 12-Monatsperiodizität über 30° (entspricht einem Monat) bei angenommener Phasenlage von 30 Tagen, Amplitude von 9°C und einer Änderung der Phasenlage um 5 Tage. Die Änderung des Mittelwerts entspricht dem Trend, der in dem entsprechenden Monat allein durch die Eliminierung des Jahresgangs erzeugt wird. Es ergibt sich ein saisonaler Trend, der sich

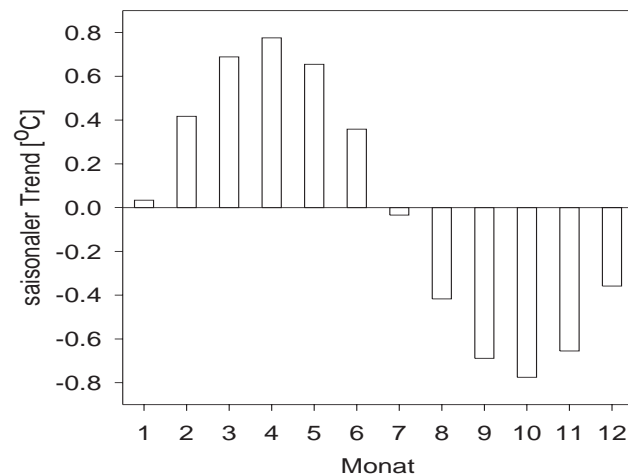


Abbildung 18: Durch Eliminierung des Jahresgangs, innerhalb von 120 Jahren hervorgehobener, saisonal unterschiedlicher Trend. Dazu wurde eine Ausgangsphasenlage von 30 Tagen, eine Jahresamplitude von 9°C und eine Verschiebung der Phasenlage um 5 Tage verwendet. Diese Werte haben sich aus der Analyse der Temperaturzeitreihe an der Station Genf ergeben.

im Bereich von $\pm 0.78^\circ\text{C}$ bewegt. Positive Trends ergeben sich, bei angenommener Phasenlage von 30 Tagen, im Frühling und negative Trends im Herbst. Der Trend im Bereich von ± 0.78 liegt im Bereich der detektierten Trendamplituden, die in Abbildung 15 dargestellt sind. Änderungen in der Phasenlage der Saisonfigur, wie sie tatsächlich beobachtet werden, erzeugen somit nicht zu vernachlässigende Trends in den Anomaliezeitreihen. In einer Analyse eines möglicherweise realen, saisonal unterschiedlichen Trends in Temperaturzeitreihen müssen signifikante Änderungen in der Phasenlage bei der Anomaliebildung berücksichtigt werden. In Kapitel 2.2 wurde diskutiert, daß Trends die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Extremwerten beeinflussen. Entsprechend würde ein saisonal unterschiedlicher Trend auch saisonal unterschiedlich die Extremwertwahrscheinlichkeit beeinflussen und muß somit ebenfalls in der Extremwertstatistik berücksichtigt werden.

4.3.4 Glatte Komponente

Zur Detektion der glatten Komponente werden, gemäß Kapitel 4.1.2, Polynome bis zur Ordnung 5 zur Verfügung gestellt. Bemerkenswert ist, wie in Abbildung 19 rechts zu sehen ist, daß keineswegs immer das Polynom fünfter Ordnung als „Gewinnerfunktion“ hervorgeht. In den meisten Fällen kann durch die zusätzlich zur Verfügung gestellte Variabilität des Polynoms fünfter Ordnung nicht signifikant mehr Varianz der Zeitreihe erklärt werden als durch das Polynom vierter Ordnung. An 20 Stationen wird ein Polynom vierter Ordnung und an 17 Stationen ein Polynom fünfter Ordnung angepaßt. Für die Temperaturzeitreihe der Station Trieste geht das Polynom zweiter Ordnung und in Edinburgh das Polynom dritter Ordnung als „Gewinnerfunktion“ hervor. In den Temperaturzeitreihen der Stationen Heidelberg und Astrahan können keine signifikanten glatten Komponenten detektiert werden. In einer getrennten Betrachtung der detektierten glatten Komponenten aller Stationen fällt deren ähnlicher Temperaturverlauf auf. In Abbildung 19 ist die glatte Komponente sechs willkürlich herausgegriffener Stationen dargestellt. In guter Übereinstimmung zeigen sich um 1890 und 1975 Bereiche relativ niedriger Temperaturen und um 1940 und 1990 Bereiche relativ hoher Temperaturen. Unterschiede zwischen den glatten Komponenten liegen hier im Wesentlichen in der Amplitude dieser niederfrequenten Schwankungen und dem anfänglichen Verlauf der Temperaturen von 1871 bis etwa 1900.

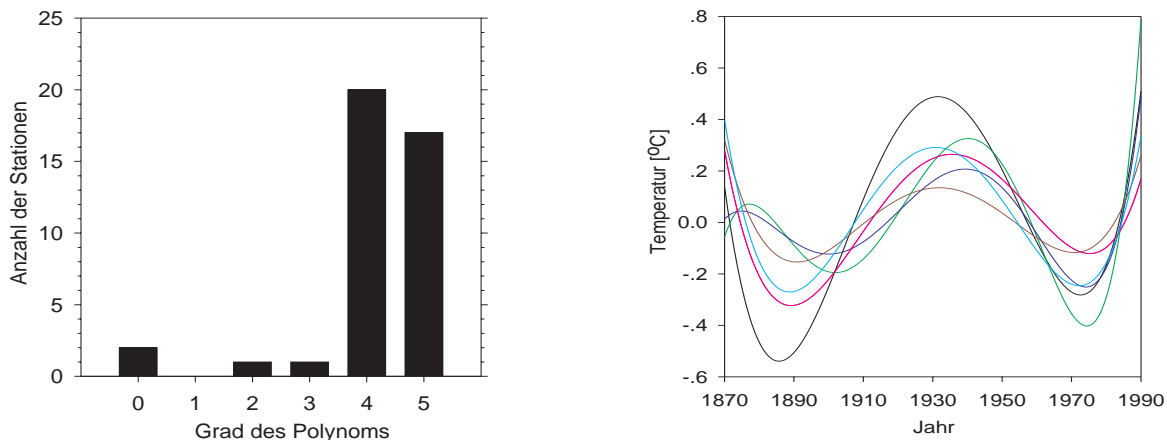


Abbildung 19: Links ist Häufigkeit $H(n)$ der detektierten Polynome n -ten Grades dargestellt. Das rechte Bild zeigt die detektierte glatte Komponente der Station Arhangel (schwarz), Maarianhamina (grün), München (blau), Uccle (rosa), Oulu (türkis) und Wien (braun).

4.3.5 Extremereignisse

Die Analyse der europäischen Stationen liefert extreme Werte, die mit der Verteilung der restlichen Residuen nicht vereinbar sind. Ursache dieser extremen Werte können sowohl Meß- bzw. Aufzeichnungsfehler als auch spezielle meteorologische Situationen sein. Zur Diskussion sind in Tabelle 14 als Extremereignisse detektierte Werte, die mindestens fünf Standardabweichungen vom Mittelwert entfernt liegen, aufgeführt. Im Dezember 1879 wurde an 17 von 41 Stationen ein Extremereignis detektiert. Ein Meß- oder Aufzeichnungsfehler in Nantes, Salzburg und Budapest wird somit zu diesen Zeitpunkt als Ursache für diese hohe Abweichung vom Mittelwert ausgeschlossen. Als Extremereignisse können also Werte auftreten, die mehr als 5 Standardabweichungen vom Erwartungswert entfernt liegen. Ein solcher Wert tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von $6 \cdot 10^{-5}\%$ oder kleiner auf. In Athen und Trieste werden „noch unwahrscheinlichere“ Werte zu Zeitpunkten registriert, an denen andere Stationen keine Extremereignisse aufweisen. Beispielsweise ist im August 1906 in der Zeitreihe Athens eine Monatsmitteltemperatur von 16.3°C eingetragen. Bei einer mittleren Temperatur im August von 27.4°C und einer Standardabweichung von 1°C liegt der Wert etwa 11 Standardabweichungen vom Mittelwert entfernt. Die Monatsmitteltemperatur im November 1895 in Athen liegt etwa 7 Standardabweichungen und im April 1987 in Trieste liegt die Monatsmitteltemperatur etwa 6 Standardabweichungen vom langjährigen Mittelwert des Kalendermonats entfernt. Fraglich ist, welcher Wert als Extremereignis und welcher Wert als Meßfehler einzustufen ist. Extremereignisse können also derart weit vom

Tabelle 14: Detektierte Monatswerte, die mehr als fünf Standardabweichungen vom Mittelwert entfernt liegen.

Station	Datum	Extremereignis [$^{\circ}\text{C}$]	Mittelwert [$^{\circ}\text{C}$]	Standardabweichung [$^{\circ}\text{C}$]
Nantes	12.1879	-4	5.7	1.8
Athen	8.1906	16.3	27.4	1
Athen	11.1895	25.6	14.6	1.5
Trieste	4.1987	5.5	13	1.2
Salzburg	12.1879	-11.9	-0.3	2.2
Budapest	12.1879	-10	1.2	2.2

Mittelwert entfernt liegen, daß, aus der Kenntnis der Temperaturzeitreihe allein, nicht zwischen einem Extremereignis und einem Aufzeichnungsfehler unterschieden werden kann. Es ist also möglich, daß in der Auflistung der Extremereignisse in Anhang D auch Meß- und Aufzeichnungsfehler enthalten sind. In dieser Arbeit werden jedoch alle Werte, die gemäß Gleichung (13) nicht in der jeweiligen Zeitreihe erwartet werden, als Extremereignis bezeichnet.

Insgesamt werden an den 41 europäischen Stationen 187 Extremereignisse detektiert. Davon treten 85 in der 1. Hälfte des Beobachtungszeitraums von 1871 bis 1930 und

102 Extremereignisse in der 2. Hälfte des Beobachtungszeitraums von 1931 bis 1990 auf. Dabei handelt es sich um eine Zunahme der Extremereignisse auf dem Signifikanzniveau 89%. Das 90%-Signifikanzniveau ist zwar knapp unterschritten, jedoch deutet sich bei der Betrachtung der Extremereignisse aller Stationen zusammen eine Änderung im Extremverhalten an. Eine Aufschlüsselung der Extremereignisse nach Monaten (siehe Tabelle 15),

Tabelle 15: Anzahl der detektierten Extremereignisse in den einzelnen Monaten.

Monat	Anzahl der Extremereignisse
Januar	47
Februar	90
März	1
April	1
August	1
Oktober	1
November	2
Dezember	44

bestätigt den anfänglichen Eindruck eines besonderen Extremverhalten in den Wintermonaten gemäß Abbildung 1. Von 187 Extremereignissen treten 181 während der Wintermonate auf. Die 3 Extremereignisse im November und März stellen positive Abweichungen vom Erwartungswert dar, wobei die Novemberereignisse in Athen und Luqa und das Märzereignis in Säntis detektiert wird. Außerdem wird in der ehemaligen Sowjetunion und zwar in Astrahan bzw. Tbilisi ein extrem warmer Januar bzw. Februar detektiert. Ein extrem kalter August wurde in Athen und ein extrem kalter April wurde in Trieste beobachtet. Von diesen acht Ausnahmen abgesehen, liefert die Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung ausschließlich Extremereignisse in Form extrem kalter Wintermonate, wobei im Februar die größte Häufigkeit auftritt. Eventuell würde die Untersuchung weiterer südlicherer Stationen, beispielsweise in Spanien oder Portugal, ein Extremverhalten aufdecken, welches sich von dem der untersuchten Stationen unterscheidet. Möglicherweise findet dort eine Anhäufung von Extremereignissen in anderen Monaten und nicht ausschließlich in Form besonders kalter Werte auf.

Zur Erstellung des Isolinienbildes in Abbildung 20 sind ausschließlich die detektierten, extrem kalten Wintermonate (Dezember bis Februar) eingegangen. Die dargestellte Häufigkeit extrem kalter Winter läßt ein strukturiertes Bild, mit leicht diagonal verlaufenden Isolinien entstehen, wobei in Mitteleuropa die meisten Extremereignisse auftreten und die Häufigkeit in nördliche und südliche Richtung abzunehmen scheint. Eine weitere Information des Bildes ist die relativ gleichmäßige Verteilung der 187 Extremereignisse auf die 41 europäischen Stationen. In Athen, Luqa, Vardö und Bodö treten keine extrem kalten Winter auf und in Maarianhamina ist mit 10 detektierten Extremereignissen bereits das

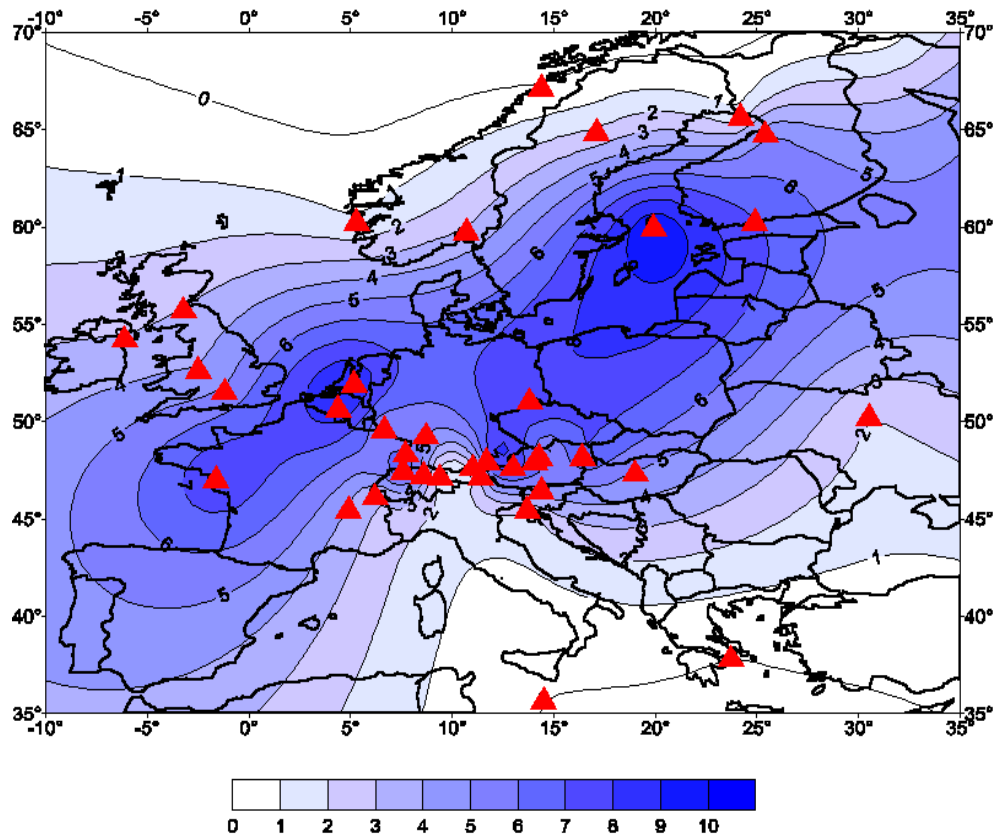


Abbildung 20: Anzahl der detektierten, extrem kalten Winter.

Maximum erreicht. Aus bis zu 10 detektierten Ereignissen ist es schwer möglich für die einzelnen Stationen eine Aussage über eine mögliche Zu- oder Abnahme extrem kalter Winter abzuleiten. Augenscheinlich jedoch, erscheinen die Extremereignisse, wie wiederum am Beispiel Heidelberg in Abbildung 1 zu sehen ist, zeitlich zufällig mit einer Wiederkehrzeit von mehr als 10 Jahren über die analysierten 120 Jahre verteilt. Das bedeutet, an den einzelnen Stationen kann durch die Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung keine tatsächliche, von Änderungen in den Parametern der Verteilung unabhängige, Änderung im Extremverhalten der Temperatur festgestellt werden. Vielmehr scheinen die Extremereignisse die Realisation eines Poisson-Prozesses zu sein. Die Anzahl der detektierten Extremereignisse in einem beliebigen Zeitintervall $[s, t]$ genügen dann einer Poissonverteilung mit dem Parameter λ :

$$P(N(t) - N(s) = i) = \frac{[\lambda(t - s)]^i}{i!} \exp(-\lambda(t - s)) \quad \text{für } i = 0, 1, \dots \quad (16)$$

Generell läßt sich eine Poisson-Verteilung vermuten, wenn die Eintrittswahrscheinlichkeiten bestimmter Ereignisse sehr klein sind. Aus diesem Grund nennt man die Poisson-Verteilung auch die *Verteilung der seltenen Ereignisse*. Stellen die Extremereignisse tatsächlich die Realisation eines Poisson-Prozesses dar, so impliziert das die Stationarität der Eintritts-

wahrscheinlichkeit. Die Wartezeit auf das nächste Ereignis hängt nicht von der Zeit ab.

4.3.6 Zusammenhang der Extremereignisse mit Großwetterlagen

Im letzten Kapitel wurde bereits erwähnt, daß die Monatsmitteltemperaturen einiger Wintermonate an mehreren Stationen als Extremereignis identifiziert werden. Das läßt einen Zusammenhang zwischen dem Auftreten von Extremereignissen und bestimmten meteorologischen Situationen vermuten. Atmosphärische Zirkulationsmuster über Europa werden in sogenannten „Großwetterlagen Europas“ klassifiziert. Eine Großwetterlage ist definiert als die mittlere Luftdruckverteilung eines Großraums während eines mehrtägigen Zeitraums, in dem gewisse Züge aufeinanderfolgender Wetterlagen gleichbleiben [3]. Eine einzelne Großwetterlage wird charakterisiert durch die Lage der Steuerungszentren, bzw. Hoch- und Tiefdruckgebiete, sowie der Frontalzonen. Zusätzlich wird der Witterungscharakter über Mitteleuropa, überwiegend zyklonal oder antizyklonal, festgestellt. Daraus resultiert die Einteilung in 29 Großwetterlagen. In Tabelle 16 sind die Daten der Extremereignisse mit den 10 größten, absoluten Häufigkeiten H aufgeführt. H bezeichnet die absolute Stationshäufigkeit, also die Anzahl der Stationen (von insgesamt 41), an denen zum aufgeführten Datum ein Extremereignis beobachtet wurde. Die folgenden 5 Spalten beinhalten die Großwetterlagen, die in diesem Monaten am häufigsten beobachtet worden sind und deren absolute Häufigkeit in Tagen. Die Großwetterlagen für den Februar und den Dezember 1871 können nicht aufgeführt werden, da der Katalog der Großwetterlagen Europas, welcher als Quelle diente, lediglich den Beobachtungszeitraum von 1881-1992 umfaßt. Hinter den verwendeten Abkürzungen verbergen sich folgende Bezeichnungen:

HFA	:	Hoch Fennoskandinavien, über Mitteleuropa überwiegend antizyklonal
HFZ	:	Hoch Fennoskandinavien, über Mitteleuropa überwiegend zyklonal
HNFA	:	Hoch Nordmeer-Fennoskandinavien, über Mitteleuropa überwiegend antizyklonal
HNFZ	:	Hoch Nordmeer-Fennoskandinavien, über Mitteleuropa überwiegend zyklonal
SEA	:	Südostlage, über Mitteleuropa überwiegend antizyklonal
SEZ	:	Südostlage, über Mitteleuropa überwiegend zyklonal
SA	:	Südlage, über Mitteleuropa überwiegend antizyklonal
SZ	:	Südlage, über Mitteleuropa überwiegend zyklonal
HM	:	Hoch Mitteleuropa
HB	:	Hoch Britische Inseln
TRM	:	Trog Mitteleuropa
BM	:	Hochdruckbrücke Mitteleuropa

Der Vergleich mit Tabelle 17 veranschaulicht, daß in den aufgeführten Monaten fast ausschließlich Großwetterlagen auftreten, die der meridionalen Zirkulationsform angehören. Charakteristisch für die meridionale Zirkulationsform sind stationäre, blockierende Hochdruckgebiete im Bereich von 50 bis 65 Grad Nord. Entsprechend der nach Mitteleuropa gerichteten Strömung wird zusätzlich zwischen Nord-, Ost- und Südlagen unterschieden. Offenbar treten die extrem kalten Winter im Zusammenhang mit Großwetterlagen der meridionalen Zirkulationsform mit Ost- oder Nordströmung auf. Das bedeutet, die Bereiche relativ großer Extremereignishäufigkeit in Abbildung 20 kennzeichnen möglicherweise die

Tabelle 16: Es sind die 10 Monate innerhalb des Beobachtungszeitraums 1871 bis 1990 aufgelistet, deren Monatsmitteltemperaturen am häufigsten als Extremereignisse detektiert werden. Die absolute Häufigkeit H gibt an, an wieviel der 41 untersuchten Temperaturzeitreihen am jeweiligen Datum ein Extremereignis detektiert wurde. Desweiteren sind jeweils die 5 häufigsten Großwetterlagen, welche in den betroffenen Monaten aufgetreten sind mit ihren absoluten Häufigkeiten in Tagen angegeben [3]. Die Abkürzungen sind im Text näher erläutert.

Datum	H	Großwetterlagen mit den 5 größten abs. Häufigkeiten				
2.1956	21	HNfZ: 8	HNfA: 7	HfA: 4	HB: 4	BM: 3
12.1879	17					
2.1929	17	HM: 8	HfA: 7	HfZ: 4	SEZ: 5	SA: 3
2.1895	16	HB: 7	TRM: 5	HfA: 5	HNfA: 4	HNfZ: 4
1.1940	12	HfA: 15	HM: 6	HNA: 4	SZ: 3	HNZ: 2
1.1942	12	HfA: 7	SEZ: 6	WW: 4	TRM: 3	HM: 3
12.1871	10					
2.1986	7	HNfA: 12	HNA: 7	HNZ: 4	SEZ: 3	HNfZ: 2
2.1947	7	HNfZ: 12	HfA: 5	SEZ: 5	HNfA: 4	SEA: 2
2.1871	6					

Tabelle 17: Großwetterlagen der meridionalen Zirkulationsform [3].

Zirkulationsform	Großwettertyp	Großwetterlagen	
meridional	Nord	NA	NZ
		HNA	HNZ
		HB	TRM
	Nordost	NEA	NEZ
		HfA	HfZ
	Ost	HNfA	HNfZ
		SEZ	SEA
	Südost	SA	SZ
		TB	TRW

Zugbahn der Zyklonen bei vorherrschender meridionaler Zirkulationsform. Möglicherweise greift hier die Schnee-Albedo-Rückkopplung [24], als selbstverstärkender Prozess ein und ermöglicht so die besonders starken Abweichungen vom Erwartungswert. Durch atmosphärische Abkühlung wird der Schneeanteil im Niederschlag verstärkt, was zu einer größeren Schneebedeckung und somit zu einer Vergrößerung der Albedo führt. Die reduzierte Strahlungsbilanz führt zu weiterer atmosphärischer Abkühlung und läßt den Kreislauf er-

neut beginnen.

Ein weiterer Effekt scheint sich durch die relativ große Variabilität in der Anzahl der detektierten Extremereignisse in Österreich und der Schweiz auszudrücken. Möglicherweise spielen hier lokale Effekte eine Rolle.

4.3.7 Residuenanalyse

Eine vollständige Zeitreihenzerlegung ist gelungen, wenn die Residuen als Gauß'sches Rauschen identifiziert werden können. Gemäß Tabelle 18 liegt die Ablehnungswahrscheinlichkeit der Normalverteilung für fünf Stationen oberhalb der 90%-Schwelle. Der verwendete

Tabelle 18: Für die aufgelisteten Stationen liefert der Kolmogorov-Smirnov-Test eine Ablehnungswahrscheinlichkeit der Normalverteilung von mindestens 90%.

Station	Ablehnungswahrscheinlichkeit
Astrahan	96.8%
Haparanda	98.6%
Klagenfurt	90.8%
Oslo	91.5%
Stensele	99.8%

Tabelle 19: Die Residuen der aufgeführten Stationen zeigen signifikante Varianzinstationaritäten.

Station	Signifikanz des Unterschieds
Athen	96.6%
Bergen	98.0%
Luqa	98.3%
Nantes	92.2%
Oulu	94.4%

te Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest testet die Hypothese, die Verteilungsfunktion der Grundgesamtheit sei gleich der Normalverteilung. Beträgt die Ablehnungswahrscheinlichkeit der Normalverteilung 90%, bedeutet das, daß von 10 Stichproben normalverteilter Grundgesamtheiten eine weniger gut der Normalverteilung entspricht als die vorliegende Stichprobe. In 10% der Fälle wird eine Ablehnungswahrscheinlichkeit von 90% oder größer erwartet. Eine Ablehnungswahrscheinlichkeit von über 90% in 5 der 41 betrachteten Fälle stellt somit kein beunruhigendes Ergebnis dar. Andererseits hat eine harmonische Analyse

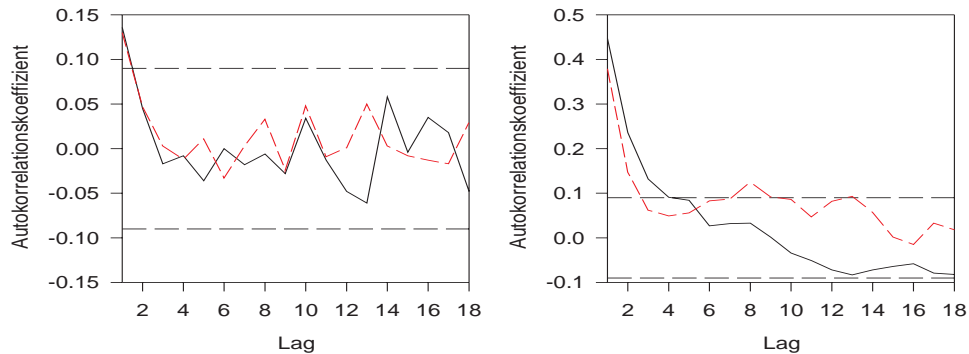


Abbildung 21: Es sind die Autokorrelationsfunktionen für die Zeitverschiebungen 1 bis 18 der Residuen von Innsbruck (links) und Maarianhamina (rechts) dargestellt. Die schwarz durchgezogene Linie stellt jeweils die Autokorrelationsfunktion der ersten Hälfte und die rot gestrichelte Linie die Autokorrelationsfunktion der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums dar. Die schwarz gestrichelten Linien geben die 90% Signifikanzschwelle an.

ergeben, daß alle Residuen der in Tabelle 18 aufgeführten Stationen noch mindestens eine signifikante, harmonische Schwingung enthalten. Möglicherweise hätte in diesen Fällen die zusätzliche Aufnahme der harmonischen Komponente in Gleichung 1 die Ablehnungswahrscheinlichkeit reduziert. Signifikant enthaltene harmonische Anteile in einer Zeitreihe können eine U-Verteilung verursachen [10] und somit die Ablehnungswahrscheinlichkeit der Normalverteilung steigern.

Um die Residuen als Realisation eines stationären Zufallprozesses betrachten zu können, müssen sie in Bezug auf Mittelwert, Varianz und Autokorrelation stationär sein. Zur Überprüfung der Stationaritätsbedingung wird das Zeitintervall von 1871 bis 1990 in zwei gleich große Subintervalle aufgeteilt. Die Berechnung des Mittelwerts in den beiden Subintervallen hat ergeben, daß alle Stationen die Bedingung der Mittelwertstationarität erfüllen. Das heißt an keiner Station kann ein signifikanter Anstieg oder Abfall des Mittelwerts beobachtet werden.

Die analoge Herangehensweise für die Varianz liefert in fünf Fällen einen signifikanten Unterschied (Tabelle 19) zwischen der ersten und der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums, wobei lediglich die Residuen der Temperaturzeitreihe von Oulu eine signifikante Zunahme der Varianz aufweisen. Zur Überprüfung der Stationaritätsbedingung bezüglich der Autokorrelationsfunktion werden die Autokorrelationskoeffizienten der Zeitverschiebungen 1 bis 18 der ersten Hälfte des Beobachtungszeitraums mit denen der zweiten Hälfte auf überzufälligen Unterschied hin untersucht. Abbildung 21 zeigt die Autokorrelationsfunktionen der Residuen von Innsbruck (links) und Maarianhamina (rechts). Im Fall Innsbruck schwanken die Autokorrelationsfunktionen der beiden Subintervalle für die Zeitverschiebung größer 1 um den Wert Null. Die eingezeichneten 90%-Signifikanzgrenzen zeigen, daß dann keine signifikanten Abweichungen mehr von Null auftreten. Sie ergeben sich aus dem

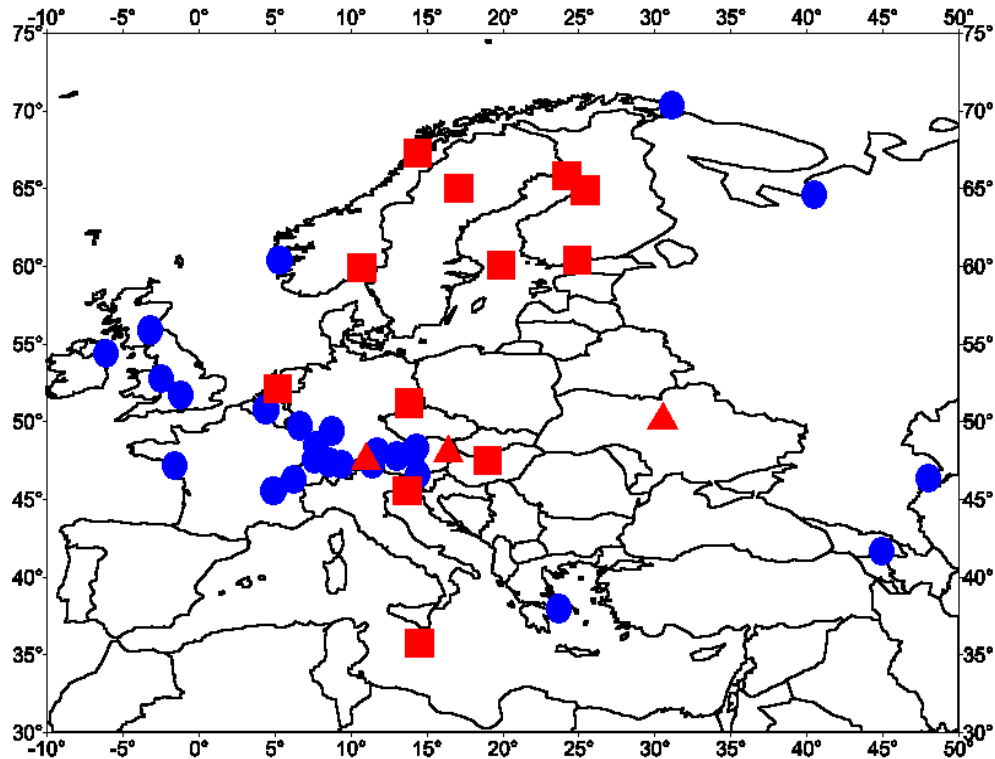


Abbildung 22: Es sind alle Stationen mit einem roten Quadrat markiert, deren Residuenreihen Instationaritäten bezüglich der Autokorrelationsfunktion aufweisen (mehr als 4 signifikante Unterschiede in der Autokorrelationsfunktion). Stationen mit 4 signifikanten Unterschieden sind durch ein rotes Dreieck gekennzeichnet. Die Stationen mit stationären Residuenreihen sind durch einen blauen Kreis markiert.

z-Test, nach vorangegangener Fisher-Transformation. Da sich die Signifikanzschwellen zur Zeitverschiebung 1 und zur Zeitverschiebung 18 lediglich in der Größenordnung von 10^{-4} unterscheiden, ist diese als konstant angenommen worden. Der Vergleich der beiden Autokorrelationsfunktionen zeigt lediglich zur Zeitverschiebung 13 eine signifikante Differenz zwischen den Autokorrelationen der ersten und der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums. Im Beispiel Maarianhamina treten auch jenseits der Zeitverschiebung 1 signifikante Autokorrelationen auf und die Autokorrelationsfunktionen unterscheiden sich im Mittel deutlicher. Zu den Zeitverschiebungen 2, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17 und 18 sind die Unterschiede signifikant.

Es stellt sich nun die Frage, wie viele der 18 Koeffizienten sich signifikant mit der Zeit ändern dürfen, ohne die Residuen als instationär einstufen zu müssen. Das entspricht der Frage, wie oft bei 18 Versuchen n -mal das Ereignis mit der Wahrscheinlichkeit 0.1 auftritt. Die diskreten Wahrscheinlichkeiten lassen sich mittels der Binomialverteilung berechnen. Die Wahrscheinlichkeit bei 18 Versuchen 0, 1, 2 oder 3 mal das Ereignis mit der Eintrittswahrscheinlichkeit 0.1 anzutreffen, beträgt etwa 90.2%. Die Wahrscheinlichkeit 0, 1, 2, 3 oder 4 mal das Ereignis mit der Wahrscheinlichkeit 0.1 zu erzielen, beträgt etwa 97.2%.

Das bedeutet, nur in etwa 3 von 100 Fällen tritt das Ereignis 5 mal oder öfter ein. Das bedeutet, es ist sehr unwahrscheinlich durch Zufall mehr als 4 signifikante Unterschiede in den Autokorrelationskoeffizienten anzutreffen. Entsprechend wurden die betreffenden Residuenreihen als instationär bezüglich der Autokorrelationsfunktion befunden. Für die in Abbildung 21 dargestellten Beispiele folgt, daß die Residuen der Station Innsbruck als stationär und die Residuen der Station Maarianhamina als instationär bezüglich der Autokorrelationsfunktion eingestuft werden. Insgesamt wurden unter den 41 europäischen Temperaturzeitreihen 12 instationäre beobachtet, welche in Abbildung 22 mit einem roten Quadrat gekennzeichnet sind. Augenscheinlich liegen die Stationen nicht zufällig über Euro-

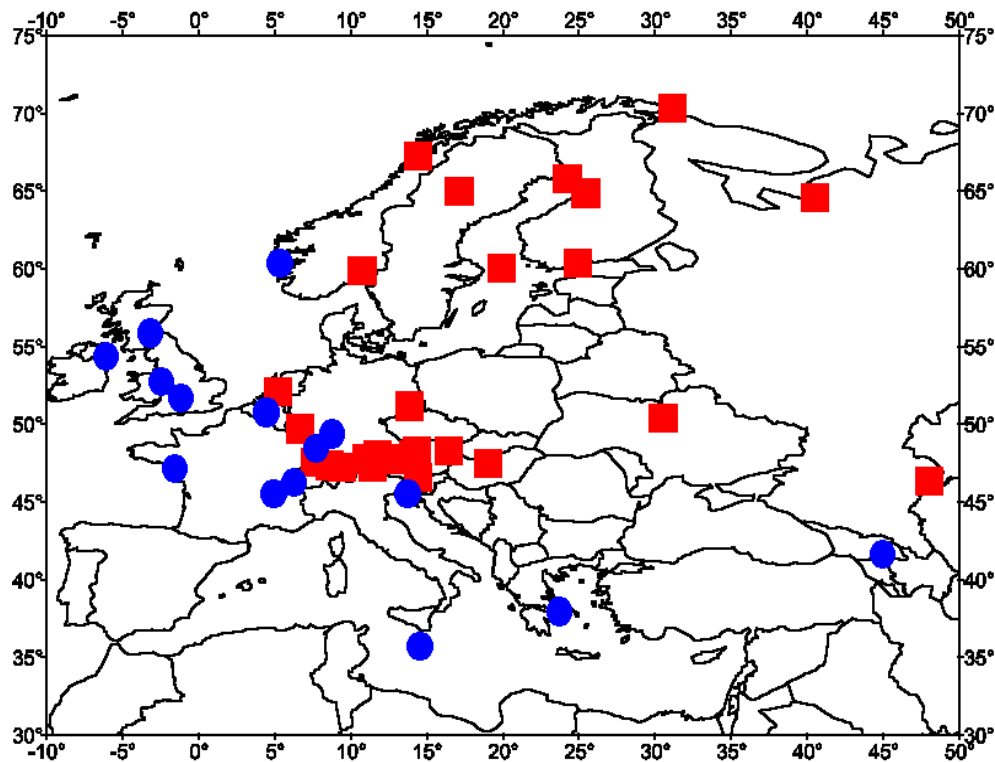


Abbildung 23: Ergebnisse der gleitenden Korrelationsanalyse über jeweils 50 Jahre zwischen dem winterlichen NAO-Index und der Wintertemperatur (Werner [28]). Stationen, deren Temperaturzeitreihen während des Zeitraums von 1871 bis 1990 einen Anstieg des Zusammenhangs (maßgebend ist die Differenz zwischen dem ersten und letzten Korrelationskoeffizienten) zeigten, sind mit einem roten Quadrat markiert; Stationen, an denen sich ein Abfall des Zusammenhangs zeigt, sind mit einer blauen Kreis gekennzeichnet.

pa verteilt. Denkbar wäre, daß ein zunehmender Einfluß der Nordatlantik-Oszillation auf die Temperaturzeitreihen die Instationaritäten der Autokorrelationsfunktion verursacht. Der winterliche NAO-Index beruht auf den normierten winterlichen Luftdruckanomalien der Stationen Ponta Delgada (37.8°N, 25.7°W) auf den Azoren und Stykkisholmur auf Island (65.1°N, 22.7°W) und geht auf den monatlichen NAO-Index nach Hurrell zurück

[28]. Die Luftdruckanomalien berechnen sich aus den Abweichungen des winterlichen Luftdruckmittels vom langjährigen winterlichen Mittel. Der Winter umfaßt hier die Monate Dezember bis Februar.

In Abbildung 23 sind diejenigen Stationen, deren Temperaturzeitreihen in der gleitenden Korrelationsanalyse über jeweils 50 Jahre mit dem winterlichen NAO-Index während des Zeitraums von 1871 bis 1990 einen Anstieg des Zusammenhangs zeigten, mit einem roten Quadrat markiert. Stationen, an denen sich ein Abfall des Zusammenhangs zeigt, sind mit einem blauen Kreis gekennzeichnet. Sehr gute Übereinstimmungen zwischen einem zunehmenden Einfluß der Nordatlantik-Oszillation und Instationaritäten der Autokorrelationsfunktion zeigen sich im Bereich Skandinaviens, den Britischen Inseln, Frankreich, Belgien und Holland. An den übrigen Stationen läßt sich keine Übereinstimmung finden. Der Einfluß der NAO auf die Temperatur ist in diesen Bereichen allerdings auch geringer [28]. Würde man allerdings die Residuenreihen mit 4 signifikanten Unterschieden in der Autokorrelationsfunktion ebenfalls als instationär einstufen, würden sich die Übereinstimmungen leicht erhöhen.

5 Stabilität der selektiven Zeitreihenanalyse

In diesem Kapitel soll die Stabilität der selektiven Zeitreihenanalyse gegenüber der Zeitreihenlänge anhand eines Fallbeispiels diskutiert werden. Dazu werden die Ergebnisse der schwedischen Station Haparanda für den Beobachtungszeitraum 1871 bis 1990 den Ergebnissen für den Beobachtungszeitraum 1860 bis 1997 gegenübergestellt. Um einen kleinen Eindruck über den Temperaturverlauf der Temperaturzeitreihe, insbesondere des nicht überlappenden Zeitraums, zu bekommen, ist die Zeitreihe der gemittelten Monatstemperaturen der Station Haparanda von 1860 bis 1997, nach Abzug der Jahreswelle, in Abbildung 24 graphisch dargestellt. Der Differenzzeitraum beträgt 18 Jahre bzw. 216 Monatswerte. Zur Veranschaulichung werden die Ergebnisse der selektiven Zeitreihenzerlegung schrittweise aufgeführt und diskutiert.

Im ersten Durchgang werden zur Charakterisierung der Trend- und Saisonkomponente, die in Tabelle 20 dargestellten Basisfunktionen in den beiden Zeitreihen detektiert. In diesem Arbeitsschritt werden fünf Basisfunktionen in der Temperaturzeitreihe von 1860 bis 1997 detektiert. In der gleichen Reihenfolge, jedoch mit kleinen Unterschieden in der Amplitude und der Phasenlage, werden diese Funktionen auch in der Zeitreihe von 1871 bis 1990 detektiert. In dem kürzeren Beobachtungszeitraum werden jedoch zusätzlich zwei Oberschwingungen des Jahresgangs mit quadratischer Amplitudenabhängigkeit detektiert, die in der längeren Temperaturzeitreihe keinen signifikanten Anteil der Varianz erklären können. Als letzte signifikante Basisfunktion wird in der kürzeren Reihe ein Trend fünfter Ordnung mit negativer Amplitude detektiert. Zusammen mit dem dominanteren, positiv linearen Trend ergibt sich daraus ein bis etwa 1970 nahezu linear verlaufender positiver Trend, der für die folgenden 20 Jahre in einen negativen Trend übergeht. In Abbildung 24 zeichnen sich die Jahre 1930 bis etwa 1970, verglichen mit der restlichen Zeitreihe, durch etwas höhere Variabilität aus. In den folgenden etwa 20 Jahren sind die positiven Peaks

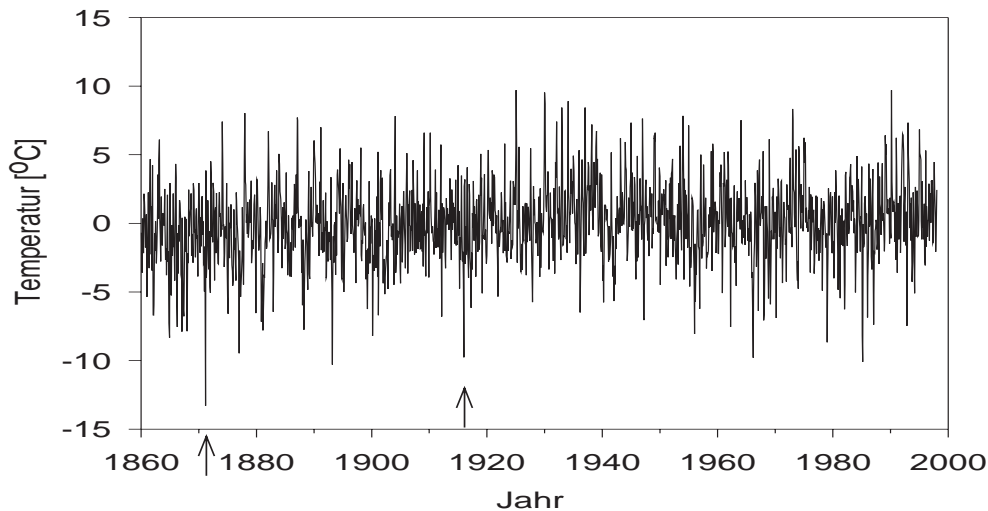


Abbildung 24: Die Temperaturzeitreihe der Station Haparanda von 1860 bis 1997 nach Abzug der Jahreswelle mit starrer Amplitude. Die Pfeile kennzeichnen die zwei detektierten Extremereignisse.

deutlich kleiner als die negativen. Die Jahre 1991 bis 1997 weisen relativ geringe Variabilität mit vergleichbaren Ausschlägen in positive und negative Richtung auf. Wird der Analyse lediglich die Temperaturzeitreihe 1871 bis 1990 zugrunde gelegt, bewirkt die hohe Variabilität in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums mit dominierenden negativen Ausschlägen die Detektion von Funktionen quadratischer Amplitudenabhängigkeit und einen negativen Trend gegen Ende des Beobachtungszeitraums. Durch das Anhängen der Jahre 1991 bis 1997 mit relativ geringer Variabilität entfallen die Funktionen mit quadratischer Amplitude. Auch der negative Trend ab 1970 kann durch die Jahre 1991 bis 1997 nicht bestätigt werden. Im zweiten Arbeitsschritt wird für beide Zeitintervalle ein Polynom fünfter Ordnung für die Beschreibung der niederfrequenten Schwankungen gewählt. Auch über das größere Zeitintervall hinweg können nur zwei Minima und zwei Maxima plaziert werden. Bei großen Unterschieden in der Länge des Beobachtungszeitraums können daraus wesentliche Unterschiede resultieren. In dem betrachteten Fall spielt dieser Effekt keine große Rolle. Außerdem konvergieren Polynome für $t \rightarrow -\infty$ und $t \rightarrow \infty$ gegen Unendlich. Das bedeutet potentielle Extremereignisse in den Randgebieten werden eventuell nicht als solche detektiert. Wie aus Tabelle 21 ersichtlich ist, wird der Februar 1871 trotzdem in beiden Fällen als Extremereignis detektiert, da dieser sehr weit vom Erwartungswert entfernt liegt. In weniger extremen Fällen könnte so ein Randeffekt allerdings entscheidend sein. Durch die Verlängerung des Beobachtungszeitraums unterscheiden sich die glatten Komponenten der langen und kurzen Temperaturzeitreihe natürlich in den Randgebieten. Aber auch die Eliminierung der quadratischen Funktionen und des zusätzlichen progressiven Trends in der kürzeren Zeitreihe führen zu einer Verschiebung des Maximums um 1940 und des Minimums um 1975 in der kurzen Zeitreihe gegenüber den Extremalagen

Tabelle 20: Detektierte Trend- und Saisonkomponente der Temperaturzeitreihe Haparandas für die Beobachtungszeiträume 1860 bis 1997 und 1871 bis 1990 im ersten Durchgang des Arbeitszyklus.

signifikante Basisfunktion	Amplitude · 10 [$^{\circ}\text{C}/\text{Monat}^k$]	Phasenlage [Tage]	Trend · 10 [$^{\circ}\text{C}$]
1860-1997			
j=1, k=0	-131	37.817	15.0
j=2, k=0	9.86	22.541	
i=1			
j=3, k=1	$0.372 \cdot 10^{-2}$	-22.013	
j=4, k=0	-3.20	-22.038	
1871-1990			
j=1, k=0	-131	37.875	10.0
j=2, k=0	9.63	21.19	
i=1			
j=3, k=1	$0.423 \cdot 10^{-2}$	-23.743	
j=4, k=0	-3.00	-20.304	
j=1, k=2	$-0.204 \cdot 10^{-5}$	-10.293	-5.11
j=2, k=2	$-0.205 \cdot 10^{-5}$	32.369	
i=5			

der glatten Komponente der langen Zeitreihe. Die detektierten glatten Komponenten der langen bzw. kurzen Temperaturzeitreihe haben die Form

$$g_{\text{lang}} = -4.6 + 0.03716t - 0.1827 \cdot 10^{-3}t^2 + 0.4012 \cdot 10^{-6}t^3 - 0.3447 \cdot 10^{-9}t^4 + 0.9826 \cdot 10^{-13}t^5 \quad \text{bzw.} \quad (17)$$

$$g_{\text{kurz}} = -8.652 + 0.09996t - 0.5085 \cdot 10^{-3}t^2 + 0.1085 \cdot 10^{-5}t^3 - 0.9538 \cdot 10^{-9}t^4 + 0.2895 \cdot 10^{-12}t^5. \quad (18)$$

Aus Tabelle 21 geht hervor, daß in beiden Zeitreihen der Februar 1871 als Extremereignis detektiert wird. Der Dezember 1915 wird jedoch lediglich in der etwas längeren Zeitreihe als Extremereignis detektiert. Dieser Unterschied wird durch die leicht unterschiedlichen glatten Komponenten hervorgerufen. In Abbildung 25 ist zu erkennen, daß die Eliminierung der glatten Komponente in der langen Zeitreihe zu einer Verstärkung und in der kurzen Zeitreihe zu einer Abschwächung des Dezembers 1915 führt. Folglich beträgt die Wahrscheinlichkeit p , daß der Dezemberwert von 1915 in einer Zeitreihe der entsprechenden Länge durch Zufall *nicht* auftritt, 88.427% in der kurzen Zeitreihe und 90.08% in der langen Zeitreihe. Das festgesetzte Detektionskriterium für Extremereignisse ist im Dezember 1915 also nur bezüglich der langen Temperaturzeitreihe erfüllt. Der Vergleich der detektierten Extremereignisse, dargestellt in Tabelle 21, mit Abbildung 24 verdeutlicht nochmals, daß

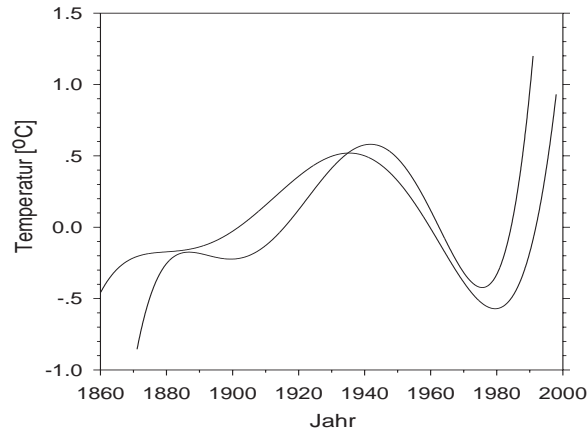


Abbildung 25: In der kurzen und langen Temperaturzeitreihe an der Station Haparanda detektierte glatte Komponente im ersten Durchgang des Arbeitszyklus.

Tabelle 21: Die Extremereignisse der Station Haparanda für die Beobachtungszeiträume 1871 bis 1990 und 1860 bis 1997 mitsamt deren Erscheinungsdaten und Ersatzwerten. Die aufgeführte Größe p gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß das Extremereignis durch Zufall nicht auftritt (gemäß Gleichung (13)).

Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]	p [%]
1860-1997			
2.1871	-24.4	-11.3	99.38
12.1915	-19.2	-17.6	90.08
1871-1990			
2.1871	-24.4	-2.8	99.06

nicht unbedingt die extremsten Werte der Originalzeitreihe als Extremereignisse identifiziert werden. Einige Monatswerte sind deutlich kälter als der Dezember 1915, erweisen sich nach Abzug der verschiedenen Komponenten aber nicht als Extremereignis.

Für den zweiten Durchlauf des Arbeitszyklus werden die Extremereignisse in der Originalzeitreihe durch die in Tabelle 21 aufgeführten Temperaturwerte ersetzt. Da sich jedoch nur ein bzw. zwei Werte geändert haben, werden die selben Basisfunktionen detektiert wie im ersten Durchgang (siehe Tabelle 22). Allerdings treten geringfügige Änderungen in den Amplituden und den Phasenlagen auf. Die glatten Komponenten haben im zweiten Durchgang die Form

$$\begin{aligned}
 g_{lang}(t) = & -4.605 + 0.0409t - 0.2022 \cdot 10^{-3}t^2 + 0.4334 \cdot 10^{-6}t^3 \\
 & - 0.3664 \cdot 10^{-9}t^4 + 0.1034 \cdot 10^{-12}t^5 \quad \text{bzw.}
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$g_{kurz}(t) = -3.853 + 0.03643t - 0.2719 \cdot 10^{-3}t^2 + 0.7157 \cdot 10^{-6}t^3 - 0.698 \cdot 10^{-9}t^4 + 0.2244 \cdot 10^{-12}t^5. \quad (20)$$

Die glatte Komponente der längeren Zeitreihe hat sich, wie auch durch den Vergleich der Gleichung (19) mit Gleichung (17) nachvollzogen werden kann, kaum verändert. Die glatte Komponente der kürzeren Zeitreihe geht durch die Eliminierung des Extremereignisses im Februar 1871 zu Beginn nicht mehr so weit in den negativen Bereich, wie es die Darstellung der glatten Komponente in Abbildung 25 gezeigt hat. Die niederfrequente Schwingung beginnt nun bei -0.4°C statt bei etwa -0.9°C . Der übrige Verlauf hat sich nicht nennenswert geändert. In der abschließenden Residuenanalyse genügen weder die Residuen der kürzeren noch die der längeren Zeitreihe der Normalverteilung. Die Ablehnungswahrscheinlichkeit der Gaußverteilung beträgt 99.15% bzw. 98.55% in der langen bzw. kurzen Zeitreihe. In beiden Zeitreihen treten keine Instationaritäten bezüglich des Mittelwerts und der Standardabweichung auf. Bezüglich der Autokorrelationsfunktion müssen jedoch beide Reihen als instationär eingestuft werden.

Aus den oben durchgeführten Betrachtungen geht hervor, daß die Wahl des Beobachtungszeitraums bzw. der Zeitreihenlänge die Ergebnisse der selektiven Zeitreihenzerlegung wesentlich beeinflusst. Die Auswahl der detektierten starren Funktionen der Saisonkomponente bleibt meist gleich, jedoch treten leichte Variationen der Amplitude und Phasenlage mit dem Beobachtungszeitraum auf. Die Entscheidung darüber, ob eine Basisfunktionen

Tabelle 22: In den Temperaturzeitreihen an der Station Haparanda detektierte Trend- und Saisonkomponente nach Abzug der Extremereignisse.

signifikante Basisfunktion	Amplitude $\cdot 10 [^\circ\text{C}/\text{Monat}^k]$	Phasenlage [Tage]	Trend $\cdot 10 [^\circ\text{C}]$
1860-1997			
j=1, k=0	-131	37.795	14.6
j=2, k=0 i=1	9.92	22.951	
j=3, k=1	$0.372 \cdot 10^{-2} \cdot t$	-22.057	
j=4, k=0	-3.07	-21.722	
1871-1990			
j=1, k=0	-131	37.824	9.1
j=2, k=0 i=1	9.7	22.07	
j=3, k=1	$0.423 \cdot 10^{-2} \cdot t$	-23.749	
j=4, k=0	-2.77	-19.298	
j=2, k=2	$-0.218 \cdot 10^{-5} \cdot t^2$	34.872	
j=1, k=2	$-0.215 \cdot 10^{-5} \cdot t^2$	-4.167	
i=5			

mit linear oder nichtlinear veränderlicher Amplitude einen Teil der Varianz der Zeitreihe erklären darf, hängt dagegen wesentlich von der Wahl des Beobachtungszeitraums ab. Das gleiche gilt für die Detektion der Trendart und Trendamplitude. Diese möglichen Variationen der detektierten Komponenten beeinflussen, wie im Beispiel Haparanda, auch die Entscheidung darüber, ob ein extremer Wert als Extremereignis bezeichnet wird. Das heißt Extremereignisse sind nicht absolut, sondern immer bezüglich eines Beobachtungszeitraums und natürlich auch bezüglich der zugelassenen Basisfunktionen definiert.

6 Kontinuierliche Extremwertwahrscheinlichkeit

In den Abbildungen 3 und 4 sind Überschreitungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von Mittelwert und Varianz für jeweils zwei Zeitpunkte berechnet worden. Entsprechend ist es denkbar, für jeden Zeitpunkt eines bestimmten Beobachtungszeitraums die Extremwertwahrscheinlichkeit bezüglich eines festen Schwellenwertes x_s angeben zu können. Dazu müssen jedoch Mittelwert und Varianz zu jeder Zeit des Beobachtungszeitraums bekannt sein.

Die Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung liefert die Möglichkeit die Variationen des Mittelwertes der Temperaturzeitreihe für den analysierten Beobachtungszeitraum angeben zu können. Sie ergeben sich aus der Summation der Trend-, Saison- und glatten Komponente. Genügen die Residuen der Normalverteilung und beinhalten keine signifikanten Varianzinstationaritäten, so kann für den gesamten Beobachtungszeitraum daraus die Variation der Extremwertwahrscheinlichkeit bezüglich eines Schwellenwertes x_s abgeleitet werden. Die Berechnung soll hier in wenigen Schritten dargestellt werden:

Ausgangspunkt ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Normalverteilung mit dem Erwartungswert μ und der Varianz σ^2 :

$$f_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad -\infty < x < \infty. \quad (21)$$

Daraus folgt für die Überschreitungswahrscheinlichkeit eines festen Schwellenwertes x_s :

$$p(x \geq x_s) = 1 - \int_{-\infty}^{x_s} f_N(x) dx. \quad (22)$$

Sind Mittelwert und Varianz als Funktionen der Zeit $G(t)$ bzw. $\sigma_R^2(t)$ gegeben, folgt für die zeitabhängige Überschreitungswahrscheinlichkeit

$$p(x \geq x_s, t) = 1 - \int_{-\infty}^{x_s} f_N(x, t) dx = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_R^2(t)}} \int_{-\infty}^{x_s} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x_s - G(t))^2}{\sigma_R^2(t)}\right]. \quad (23)$$

Da dieses Integral aber nicht analytisch lösbar ist, wird es zur praktischen Berechnung in die Gestalt der *Errorfunktion*

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2) du \quad (24)$$

transformiert. Zur Lösung dieses ähnlichen Integrals stehen Partialbruchnäherungen in den Numerical Recipes [18] zur Verfügung. Mit Hilfe der Variablentransformation $t = \frac{z'}{\sqrt{2}}$ ergibt sich Gleichung (23) zu

$$p(x > x_s, t) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x_s - G(t)}{\sigma_R(t)} / \sqrt{2} \right) \right]. \quad (25)$$

Aus dem Verfahren der selektiven Zeitreihenanalyse geht der Mittelwert als Funktion der Zeit hervor. Er wird hier als glatte Komponente $G(t)$ bezeichnet und ergibt sich aus der Summe der detektierten Komponenten:

$$G(t) = \bar{x}(t) + T(t) + s(t) + g(t) \quad (26)$$

wobei

$\bar{x}(t)$ = Mittelwert der Zeitreihe,

$T(t)$ = Trend,

$s(t)$ = saisonale Komponente und

$g(t)$ = glatte Komponente (polynomialer Ansatz $\neq G(t)$).

Die Varianz der Residuen geht aus den durchgeführten Analysen dieser Arbeit nicht als Zeitfunktion hervor. Gemäß Gleichung 25 ist deren Kenntnis zur Berechnung der Überschreitungswahrscheinlichkeit zwingend. Sie kann jedoch, falls keine signifikanten Änderungen in dem gewählten Beobachtungszeitraum auftreten, d. h. die Bedingung der Varianzstationarität erfüllt ist, in guter Näherung als konstant angenommen werden.

Die Residuen der Temperaturzeitreihe Münchens zum Beispiel weisen nach Abzug des strukturierten Anteils keine signifikanten Varianzstationaritäten auf. Für die Temperaturzeitreihe von München ist der zeitliche Verlauf der Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten der 20°C-Schwelle bei konstanter Standardabweichung von 1.84°C für den Beobachtungszeitraum von 1871 bis 1990 berechnet worden. Wie in Abbildung 26 auf der rechten Seite dargestellt, liegt die Überschreitungswahrscheinlichkeit der 20°C-Schwelle an der Station München jeweils von den Monaten September bis Mai nahe der 0%. Zwischen den Monaten Juni und Juli zeigt sich dann über den gesamten Beobachtungszeitraum hinweg ein steiler Anstieg. Anschließend fällt dieses Sommermaximum genauso steil in seine Ausgangslage zurück. Entlang des Sommermaximums zeigt sich ein leichter Anstieg der Überschreitungswahrscheinlichkeit bis etwa 1940. Es folgt ein leichter Rückgang bis etwa 1960 mit anschließendem sehr steilen Anstieg bis zum Ende des Beobachtungszeitraums. Insgesamt erreichen die Überschreitungswahrscheinlichkeiten maximal 16%, denn eine Monatsmitteltemperatur von 20°C wird in Deutschland relativ selten erreicht. Ein etwas niedrigerer Schwellenwert hätte ein analoges Bild mit insgesamt höheren Wahrscheinlichkeiten erzeugt.

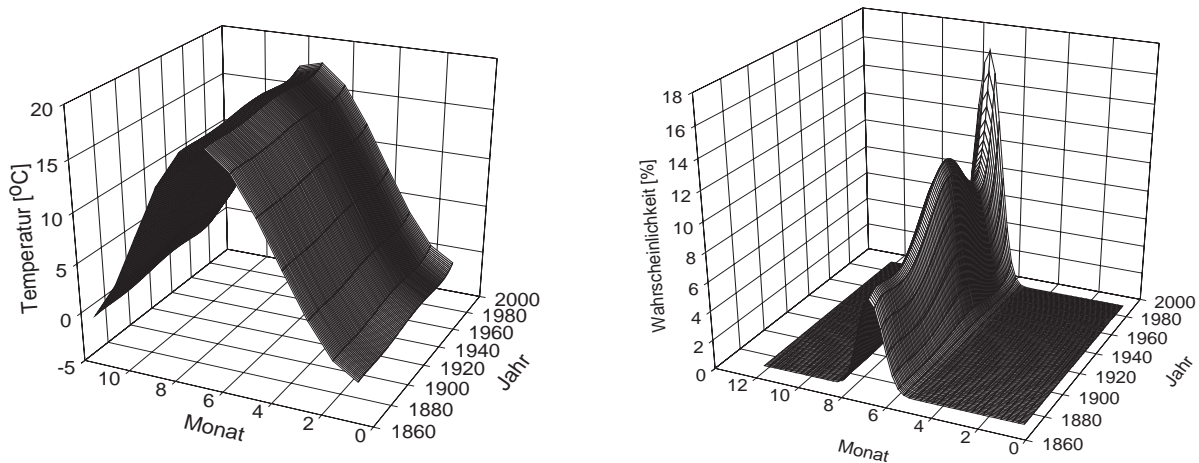


Abbildung 26: Links ist die glatte Komponente $G(t)$, berechnet aus den detektierten Basisfunktionen, für den Zeitraum von 1871 bis 1990 dargestellt. Das rechte Bild zeigt die daraus resultierende Überschreitungswahrscheinlichkeit der 20°C -Schwelle bei konstanter Standardabweichung des Rauschens von $\sigma_R(t) = 1.84^\circ\text{C}$.

Der Vergleich der Überschreitungswahrscheinlichkeit $p(x > x_s, t)$ mit der glatten Komponente $G(t)$, die in der linken Graphik veranschaulicht ist, zeigt die nichtlineare Beziehung zwischen den beiden Größen. Diese Nichtlinearität ist durch die Form der Gaußglocke gegeben. Im Bereich von -2σ bis $+2\sigma$ liegen etwa 95% der Werte. Das bedeutet ein Schwellenwert, der zwei Standardabweichungen von der Temperatur der glatten Komponente entfernt liegt, wird nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 2.5% überschritten. In den Berechnungen für Abbildung 26 beträgt der Schwellenwert $x_s = 20^\circ\text{C}$ und die Standardabweichung des Rauschens $\sigma = 1.84^\circ\text{C}$, so, daß in den Monaten September bis Mai die Überschreitungswahrscheinlichkeit nahe der 0% liegt. Änderungen in der glatten Komponente der Temperatur wirken sich in diesen Monaten nicht nennenswert auf die Wahrscheinlichkeit aus. Liegen die Temperaturen etwa eine Standardabweichung vom Schwellenwert entfernt, bewirkt der steile Verlauf der Gaußglocke schon bei relativ kleinen Änderungen der Temperatur durchaus nennenswerte Änderungen in der Wahrscheinlichkeit. Die minimalen Schwankungen der glatten Komponente während des Sommermaximums sind in Abbildung 26 nur schwach zu erkennen. In der Darstellung der Wahrscheinlichkeit treten sie sehr viel deutlicher in Erscheinung.

7 Wertung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit ist es bezüglich fast aller untersuchter europäischer Stationen gelungen, den Verlauf der Monatsmittelwerte der Temperaturzeitreihen als Summe im einzelnen beschreibbarer Komponenten auszudrücken. Hierzu standen Trends, saisonale Schwankungen, glatte Schwankungen und die Komponente der Extremereignisse zur Verfügung. Eine ähnliche Vorgehensweise (nach Grieser), die in dieser Arbeit nicht durchgeführt wurde, liefert ebenso die Varianz des Residuums als Summe im einzelnen beschreibbarer Komponenten. Dieses Verfahren würde, durch die Interpretation der Temperaturzeitreihen als Realisation einer normalverteilten Zufallsvariable mit zeitlich veränderlichem Mittel und zeitlich veränderlicher Varianz, die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Extremwerten als Funktion der Zeit auch für Temperaturzeitreihen mit Varianzinstationaritäten in den Residuen ermöglichen.

Die Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung stellt offenbar eine geeignete Methode dar, um Extremereignisse, die mit der übrigen Verteilung nicht vereinbar sind, aus den Zeitreihen zu extrahieren. Die Extremereignisse sind unabhängig von systematischen Änderungen in der Struktur der Zeitreihe, wie zum Beispiel Trends oder jahreszeitlich bedingte Schwankungen, jedoch abhängig vom Beobachtungszeitraum und somit nicht absolut definiert.

Der Vergleich der detektierten Änderungen der Saisonfigur mit den Ergebnissen, die Thomson [25] mittels der Methode der komplexen Demodulation erhielt, zeigt, daß glatte Änderungen offenbar gut erfaßt werden können. Allerdings könnten vorhandene Änderungen in der Saisonfigur durch ein modifiziertes Paket von Basisfunktionen, welches stärkere Zunahmen in der Amplitude der saisonalen Funktionen zuläßt, noch verbessert werden.

Nicht zuletzt aufgrund der Anhäufung jüngster Extremhochwasser im Februar 1990, Dezember 1993, Januar 1995 und im Juni 1997 erscheint die Anwendung der Methode der selektiven Zeitreihenzerlegung auf Zeitreihen deutscher Niederschlagssummen vielversprechend und wird zur Zeit von Herrn Takaaki Sato im Rahmen seiner Diplomarbeit durchgeführt.

Literatur

- [1] **Bosch**, K., *Elementare Einführung in die angewandte Statistik*, vieweg studium, Braunschweig/ Wiesbaden, 1997.
- [2] **Bosch**, K., *Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung*, vieweg studium, Braunschweig/ Wiesbaden, 1997.
- [3] **Gerstengarbe** und Werner, *Katalog der Großwetterlagen nach Paul Hess und Helmut Brezowsky 1881-1992*, Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes, Offenbach am Main, 1993.
- [4] **Gerstengarbe**, F. -W. and P. C. Werner, Some Critical Remarks on the Use of Extreme-Value Statistics in Climatology, *Theor. Appl. Climatol.*, 44:1-8, 1991.
- [5] **Domonkos**, P., Statistical characteristics of extreme temperature anomaly groups in hungary, *Theor. Appl. Climat.*, 59:156-179, 1998.
- [6] **Domonkos**, P. and Katarzyna Piotrowicz, Winter temperature characteristics in central europe, *International Journal of Climatology*, 18:1405-1417, 1998.
- [7] **Grieser**, J., Spektralanalyse, unveröffentlichtes Skript, 1996.
- [8] **Grieser**, J., Selektive Zeitreihenzerlegung, unveröffentlichtes Skript, 1997.
- [9] **Grieser**, J., Ein Ausreißertest, unveröffentlichtes Skript, 1997.
- [10] **Grieser**, J., Woher kommt die U-Verteilung ?, unveröffentlichtes Skript, 1997.
- [11] **Hartung**, J., Statistik, Oldenbourg Verlag, München, 1998.
- [12] **Isaaks**, E. H. and R. M. Srivastava, *An Introduction to Applied Geostatistics*, Oxford University Press, New York, 1989.
- [13] **Jones**, P. D. , *J. Climate*, 1794 (1994).
- [14] **Jung**, S., Zunehmende Extreme, Solarbrief 1/98 des Solarenergie-Fördervereins, 1989.
- [15] **Lozan**, J. L. , H. Graßl, P. Hupfer, *Warnsignal Klima*, Wissenschaftliche Auswertungen, Hamburg, 1998.
- [16] **Mann**, M. E. and J. Park, Greenhouse warming and changes in the seasonal cycle of temperature: Model versus observations, *Geophysical Research Letters*, 23:1111-1114, 1996.
- [17] **Mearns**, L. O. , R. W. Katz and S. H. Schneider, Extreme High-Temperature Events: Changes in their Probabilities with Changes in Mean Temperature, *Journal of Climate and Applied Meteorology*, 23:1601-1613, 1984.

- [18] **Press**, W. H. , B. P. Flannery, S. A. Teukolsky and W. T. Vetterling, Numerical Recipes, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [19] **Moos**, F. und Kurt Wiesenfeld, Signalverstärkung durch Rauschen, *Spektrum der Wissenschaft*, 92-96, Oktober 1995.
- [20] **Rapp**, J. und C. -D. Schönwiese, Atlas der Niederschlags- und Temperaturtrends in Deutschland 1891-1990, Institutseigener Verlag, Frankfurt, 1996.
- [21] **Schlittgen**, R. und B. H. J. Streitberg, *Zeitreihenanalyse*, Oldenbourg Verlag, München, 1994.
- [22] **Schönwiese**, C.-D. , *Praktische Statistik für Meteorologen und Geowissenschaftler*, Gebr. Bornträger, Berlin, Stuttgart, 2. edition, 1992.
- [23] **Schönwiese**, C.-D. and Jörg Rapp, *Climate Trend Atlas of Europe 1891-1990*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996.
- [24] **Schönwiese**, C. -D. , *Klimatologie*, UTB, Stuttgart, 1994.
- [25] **Thomson**, D. J. , The Seasons, Global Temperature and Precession, *Science*, 268:59-68, 1995.
- [26] **Wachter**, H., Häufigkeitsverteilungen klimatologischer Größen, *Berichte des Deutschen Wetterdienstes*, Nr. 107, Band 15., 1968.
- [27] **Wallen**, C. C. , Variability and Extremes of Winter Temperatures in Europe 1870-1980, *Archives for Meteorology, Geophysics and Bioclimatology*, Ser. B 36:173-188, 1986.
- [28] **Werner**, A. , Die Nordatlantik-Oszillation und ihre Auswirkung auf Europa, Diplomarbeit, Frankfurt, 1999.

A Statistische Grundlagen

A.1 Einige Definitionen

An dieser Stelle seien einige Definitionen der elementaren Statistik eingeführt, die in der vorliegenden Arbeit benutzt, jedoch nicht eingehend erklärt werden.

Der Mittelwert \bar{x} einer Zeitreihe der Länge n berechnet sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (27)$$

Die Standardabweichung

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i'^2} \quad \text{mit } x_i' = \bar{x} - x_i \quad (28)$$

stellt ein Maß für die Abweichungen der Werte x_i vom Mittelwert \bar{x} dar. Entsprechend gilt für die Kovarianz s_{xy} zweier Zeitreihen x_i und y_i

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i' y_i'. \quad (29)$$

Normiert durch die jeweiligen Standardabweichungen ergibt sich für näherungsweise normalverteilte Stichproben der Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson. Er stellt ein Maß für den linearen Zusammenhang der Zufallsvariablen dar:

$$r_p = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2 \sum_{i=1}^n (b_i - \bar{b})^2}}. \quad (30)$$

Das Quadrat des Koeffizienten gibt den Anteil der durch den linearen Zusammenhang erklärten Varianz an. Bestehen allerdings signifikante Abweichungen der Stichproben von der Normalverteilung, bietet die *Fisher-Transformation* die Möglichkeit diese Abweichungen zu reduzieren:

$$r' = \operatorname{arctanh}(r) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right). \quad (31)$$

Da der Korrelationskoeffizient, berechnet aus zwei zur Verfügung stehenden Stichproben, nur ein Schätzer des Koeffizienten der entsprechenden Grundgesamtheiten darstellt, gibt der Mutungsbereich

$$M_{\hat{r}} = r' \pm \frac{z_\alpha}{\sqrt{n-3}} \quad \text{mit } z_\alpha = \text{Parameter der standardisierten Normalverteilung}, \quad (32)$$

den Bereich an, in dem der verteilungsfreie Korrelationskoeffizient der Grundgesamtheiten anzutreffen wäre. Die so berechneten Grenzen des Mutungsbereiches müssen anschließend

mit $r = \tanh(\hat{r})$ wieder rücktransformiert werden.

Die Autokovarianz $c(k)$ zur Zeitverschiebung k stellt ein Maß für den Zusammenhang zwischen Daten einer Zeitreihe dar, die in einem gewissen zeitlichen Abstand zueinander stehen. Die Autokovarianz zur Zeitverschiebung 1 z. B. ist ein Maß für den Zusammenhang von y_t und y_{t+1} für $t=1 \dots n-1$. Allgemein gilt

$$c(k) = \frac{1}{n-1-k} \sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}). \quad (33)$$

Die Schiefe ist eine Maßzahl, die Richtung und Größenordnung eines Ungleichgewichts in der Verteilung der Daten angibt. Sie ist definiert als

$$g_1 = \frac{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right)^3}}. \quad (34)$$

Ist g_1 gleich null, handelt es sich um eine symmetrische Häufigkeitsverteilung. Je negativer g_1 wird, desto linksschief ist die Verteilung, d. h. die Anzahl der Werte unterhalb des Mittelwerts dominiert immer deutlicher gegenüber der Anzahl der Werte oberhalb des Mittelwertes. Entsprechendes gilt für positive g_1 also rechtsschiefe Verteilungen. Man spricht von einer *rechtsschiefen* oder *linkssteilen* Verteilung, falls

$$\bar{x} > \tilde{x}_{0.5} > x_{mod}, \quad (35)$$

und von einer *linksschiefen* oder *rechtssteilen* Verteilung, falls

$$\bar{x} < \tilde{x}_{0.5} < x_{mod}, \quad (36)$$

mit

\bar{x} = Mittelwert
 $\tilde{x}_{0.5}$ = Median und
 x_{mod} = Modus.

In einer geordneten Reihe der Länge n , liegt der Median genau in der Mitte der Reihe, falls n eine ungerade Zahl ist. Ist n eine gerade Zahl, so ist jede Zahl die zwischen den beiden mittleren Werten liegt ein Median. Es gilt also

$$\tilde{x}_{0.5} = \begin{cases} x_{((n+1)/2)} & , \text{ falls } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2} \left(x_{(n/2)} + x_{((n+2)/2)} \right) & , \text{ falls } n \text{ gerade.} \end{cases} \quad (37)$$

In einer Zeitreihe sind somit mindestens 50% der Werte kleiner oder gleich dem Median und mindestens 50% der Werte größer oder gleich dem Median. Der Modus x_{mod} gibt das Maximum der Häufigkeitsverteilung an.

Der Exzeß, auch Kurtosis oder Wölbung genannt, gibt nun an, ob bei gleicher Varianz

das Maximum der Häufigkeitsverteilung größer oder kleiner als das Maximum der Dichte der Normalverteilung ist. Er ist folgendermaßen definiert:

$$g_2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} - 3. \quad (38)$$

Ist $g_2 > 0$ bzw. $g_2 < 0$, so ist das absolute Maximum der Häufigkeitsverteilung größer bzw. kleiner als das der zugehörigen Normalverteilung [11].

A.2 Hypothesenprüfungen

A.2.1 Anpassungstests an die Normalverteilung

Die Residuen, die nach Abzug des Mittelwerts m , der saisonalen Komponente s , des Trends T , der glatten Komponente g und der Extremereignisse e als Restkomponente verbleiben, werden mittels des χ^2 - und des Kolmogoroff-Smirnoff-Tests auf Normalverteilung hin untersucht.

Der χ^2 -Anpassungstest überprüft die

Nullhypothese H_o : Die zur Stichprobe gehörende Grundgesamtheit ist normalverteilt.

Hierzu wird das reelle Intervall $[-\infty, \infty]$ in k Klassen eingeteilt und überprüft, wieviele Elemente der Zeitreihe $x_1 \dots x_n$ in jeder Klasse liegen. Diese beobachteten Klassenhäufigkeiten H_{ki} werden mit den unter der Hypothese H_o theoretisch zu erwartenden Beobachtungen E_i verglichen. Die E_i ergeben sich aus den Wahrscheinlichkeiten p_i , mit denen eine Beobachtung unter der Hypothese H_o in der i -ten Klasse auftritt, multipliziert mit dem Stichprobenumfang n [11]. Die Größe

$$T = \sum_{i=1}^k \frac{1}{E_i} (O_i - E_i)^2 \quad (39)$$

ist unter H_o asymptotisch χ^2 -verteilt mit $k-1$ Freiheitsgraden. Die Hypothese muß zum Signifikanzniveau α verworfen werden, falls

$$T > \chi_{k-1; 1-\alpha}^2. \quad (40)$$

Im Kolmogoroff-Smirnoff-Anpassungstest steht die Hypothese

$$H_o : F(x) = F_o(x) \quad \text{für alle } x \quad (41)$$

der Alternativhypothese

$$H_1 : F(x) \neq F_o(x) \quad \text{für wenigstens einen Wert von } x \quad (42)$$

gegenüber. Wobei $F(x)$ für die unbekannte Verteilungsfunktion der Grundgesamtheit der Stichprobe und F_o für die hypothetische Verteilungsfunktion, in diesem Fall die Normalverteilung, steht. Die Hypothese H_o wird zum Niveau α verworfen, falls

$$\sqrt{n}D_n \geq d_{n;1-\alpha} \quad \text{mit } D_n = \sup|F_o(x) - S_n(x)|. \quad (43)$$

Die Funktionswerte $S_n(x)$ der empirischen Verteilungsfunktion S_n sind definiert, als die relative Häufigkeit der Stichprobenwerte, die kleiner oder gleich x sind:

$$S_n(x) = \begin{cases} 0 & x < x_i \text{ für alle } i=1, \dots, n \\ \frac{k}{n}, & \text{falls } x \geq x_i \text{ für genau } k \text{ Beobachtungen } x_i \text{ aus } x_1, \dots, x_n \\ 1 & x \geq x_i \text{ für alle } i=1, \dots, n. \end{cases} \quad (44)$$

A.2.2 Vergleich einer Stichprobenwahrscheinlichkeit mit dem dazugehörigen Parameter der Binomialverteilung

In Kapitel 2.1 wurde überprüft, ob eine signifikante Anhäufung von Maxima bzw. Minima in einem Subintervall existiert. Dazu wird die Stichprobenwahrscheinlichkeit \tilde{p} , also die Anzahl der Extrema im Intervall 1 bzw. 2 geteilt durch die Gesamtzahl der Extrema, auf überzufällige Abweichung von der zu erwartenden Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{2}$ überprüft. Die Testgröße lautet

$$\tilde{z} = \frac{|\tilde{p} - p|}{\sqrt{(p(1-p))/n}}. \quad (45)$$

Besteht eine überzufällige Anhäufung der Maxima in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums, so ist die Stichprobenwahrscheinlichkeit \tilde{p} der Maxima in der zweiten Hälfte „deutlich“ größer als $\frac{1}{2}$. Die Nullhypothese $H_o: \tilde{p} \leq p$ wird zugunsten der Alternativhypothese $H_1: \tilde{p} > p$ abgelehnt, falls

$$\frac{|\tilde{p} - p_o|}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \cdot \sqrt{n} > z_{1-\alpha}. \quad (46)$$

A.2.3 Stationaritätstests

In der Residuenanalyse der selektiven Zeitreihenzerlegung werden die Residuen auf Stationarität in Bezug auf den Mittelwert, die Varianz und die Autokovarianz untersucht. Dazu wird die Zeitreihe in zwei gleich große Intervalle a und b unterteilt und die genannten Größen in jedem Intervall getrennt berechnet und verglichen. Der Vergleich zweier Mittelwerte wird mit Hilfe des t-Tests durchgeführt: Die Prüfgröße

$$\tilde{t} = \frac{|\bar{a} - \bar{b}| \sqrt{n}}{\sqrt{s_a^2 + s_b^2}} \quad \text{mit } \phi = 2n - 2(n = n_a = n_b) \quad (47)$$

unterliegt der Student-t-Verteilung. Entsprechend ist die Nullhypothese zum Signifikanzniveau α abzulehnen, falls

$$\tilde{t} > t_{\phi, \alpha}. \quad (48)$$

Die Varianzen s_1 der ersten Hälfte und die Varianz s_2 der 2. Hälfte werden mit Hilfe des F-Tests auf zufälligen bzw. überzufälligen Unterschied hin geprüft. Für nicht zu kleine und näherungsweise normalverteilte Stichproben ist die Testfunktion

$$\tilde{F} = \frac{s_a^2}{s_b^2} \quad \text{mit } s_a > s_b \quad (49)$$

$F_{(n_a-1, n_b-1)}$ -verteilt (siehe beispielsweise [1]). Die Größen n_a und n_b repräsentieren die Stichprobenumfänge.

In Kapitel 4.2 wird dieser Test ebenfalls verwendet, um die Standardabweichung s eines jeden Kalendermonats mit der mittleren monatlichen Standardabweichung s_{ges} zu vergleichen. Überzufällige Unterschiede spiegeln einen signifikanten Jahresgang der Standardabweichung s wieder.

Zur Überprüfung der Autokovarianzstationarität wird die Autokorrelationsfunktion des Residuums bis zur Zeitverschiebung 18 für die erste und die zweite Hälfte des Beobachtungszeitraums berechnet. Durch Anwendung der Fisher-Transformation (Gleichung 31) genügt die Differenz der beiden transformierten Koeffizienten eher der Normalverteilung. Das bedeutet, mittels des z-Tests kann die Differenz auf Überzufälligkeit getestet werden.

A.2.4 Signifikanz einer Korrelation

Aus den europäischen Temperaturzeitreihen werden diejenigen Basisfunktionen eliminiert, die einen signifikanten Anteil der Varianz erklären können. Das bedeutet, es muß eine signifikante Korrelation zwischen der Temperaturzeitreihe und der jeweiligen Funktion bestehen. Der Test auf Signifikanz einer Korrelation zwischen zwei Stichproben, läßt sich, falls die Zufallsvariablen normalverteilt sind, durch die Prüfgröße

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (50)$$

testen. Dabei ist r der Schätzer für die Korrelation ρ zweier normalverteilter Zufallsvariablen, der Korrelationskoeffizient nach Pearson. Ist die Korrelation ρ gleich Null, so ist t die Realisation einer t -verteilten Zufallsvariable mit $n-2$ Freiheitsgraden. Zum Test auf Signifikanz der Korrelation wird der Nullhypothese, die Korrelation ρ sei Null, der Alternativhypothese, die Korrelation ρ sei ungleich Null, gegenübergestellt. Gilt

$$|t| > t_{n-2; 1-\alpha/2} \quad (51)$$

muß die Nullhypothese zum Niveau α verworfen werden.

A.3 Lineare und multiple Regression

Das zweidimensionale, lineare Regressionmodell wird verwandt, um einen vermuteten linearen Zusammenhang zwischen zwei Merkmalen X und Y näher zu spezifizieren. Zwei

Stichproben der Länge n werden zur Untersuchung der linearen Beziehung verwandt. Zwischen Regressor x und Regressand y sollen die Parameter a und b der linearen Beziehung

$$y = a + bx \quad (52)$$

so bestimmt werden, daß für das Merkmal Y eine möglichst gute Schätzung erreicht wird. Zur Eliminierung der Saison- und der Trendkomponente wurden als Regressoren explizite Funktionen verwendet. Die jeweilige Regressionsgerade soll Schätzwerte für den erklärbaren Anteil der Datenreihe liefern. Der verbleibende vertikale Abstand zwischen Regressionsgerade und den y -Werten stellt den daraus resultierenden Fehler dar. Zur Konstruktion wird deshalb das *Gauß'sche Prinzip der kleinsten Abstandsquadrate* verwendet: Das bedeutet die Ausgleichsgerade wird so konstruiert, daß die Summe der vertikalen Abstandsquadrate aller Punkte von dieser Geraden minimal ist. Für einen Punkt mit den Koordinaten (x_i, y_i) lautet das vertikale Abstandsquadrat von der Regressionsgerade $y = a + bx$:

$$d_i^2 = (y_i - a - bx_i)^2. \quad (53)$$

Die Summe über alle vertikalen Abstandsquadrate ist gegeben durch

$$d^2(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2. \quad (54)$$

Notwendige Bedingung für das Minimum von $d^2(a, b)$ ist das Verschwinden der partiellen Ableitungen nach a und b . Daraus ergeben sich folgende sog. Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} \sum y_i - na - b \sum x_i &= 0 \quad \text{und} \\ \sum x_i y_i - a \sum x_i - b \sum x_i^2 &= 0. \end{aligned}$$

Dieses lösbar Gleichungssystem liefert:

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum y_i x_i - \sum y_i \sum x_i}{n \sum y_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad \text{und} \\ a &= \frac{\sum y_i - b \sum x_i}{n}. \end{aligned}$$

Die *multiple Korrelation* ist ein Maß für den Zusammenhang zwischen einem Merkmal Y und n anderen Merkmalen X_1, X_2, \dots, X_n . Sie ist definitionsgemäß die betragsmäßig größte Korrelation unter den Korrelationen zwischen Y und allen möglichen Linearkombinationen

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_n X_n \quad \text{mit beliebigen Gewichten } a_1, \dots, a_n. \quad (55)$$

Betrachtet man $l+1$ Merkmale Y, X_1, X_2, \dots, X_l und sucht einen funktionalen Zusammenhang der Art, daß

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 \dots + \beta_k x_k = \alpha + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i, \quad (56)$$

so handelt es sich um eine multiple Regressionsanalyse. Entsprechend zur linearen Regressionsanalyse gibt das Quadrat des multiplen Korrelationskoeffizienten zwischen Y und $X_1 \dots X_l$ an, welcher Anteil der Varianz des Merkmals Y , der Datenreihe, durch die Regressoren erklärt werden kann. Die multiple Regressionsanalyse wurde in der vorliegenden Arbeit zur Eliminierung der glatten Komponente verwendet.

B Detektierte Funktionen der Trend- und Saisonkomponente

Die folgenden Tabellen stellen eine Auflistung der detektierten Basisfunktionen zur Charakterisierung der Trend- und Saisonkomponente der untersuchten europäischen Temperaturzeitreihen dar. Die Funktionen $i=1..5$ beschreiben die Trendfunktionen der Ordnung 1 bis 5. Der Wert der Variablen j gibt die Wellenzahl und der Wert der Variablen k gibt die Amplitudenabhängigkeit der Schwingungen der Saisonkomponente aus Gleichung 3 an.

Belgien				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}/\text{Monat}^k$]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Uccle	$j=1, k=0$	-78.3	35.087	
	$j=2, k=0$	-5.08	-22.935	
	$i=1$			11.3
	$i=5$			-4.45
	$j=3, k=1$	$-0.168 \cdot 10^{-2}$	-18.657	
	$i=1$			3.19
	$j=5, k=2$	$0.138 \cdot 10^{-5}$	6.761	
	$i=5$			-3

Deutschland				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude $\cdot 10$ [$^{\circ}\text{C}/\text{Monat}^k$]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Dresden	$j=1, k=0$	-92.2	32.627	
	$i=1$			10.2
Heidelberg	$j=2, k=0$	-1.96	-36.548	
	$j=1, k=0$	-89	31.138	
	$i=1$			11.3
Hohenpeißenberg	$j=2, k=0$	-4.08	-17.865	
	$j=5, k=2$	$0.127 \cdot 10^{-5}$	9.995	
	$i=1$			9.16
München	$j=1, k=0$	-85.1	37.011	
	$j=2, k=0$	-4.28	-23.952	
	$j=5, k=2$	$0.168 \cdot 10^{-5}$	9.168	
	$i=1$			8.58
Trier	$j=1, k=2$	$-0.138 \cdot 10^{-5}$	-1.673	
	$j=1, k=0$	-85	31.858	
	$j=2, k=0$	-3.73	-32.882	
	$i=3$			6.04
	$j=5, k=2$	$0.122 \cdot 10^{-5}$	10.253	

England				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Central England	j=1, k=0	-62.2	38.743	6.65
	j=2, k=0	-6.05	-41.244	
	i=1			
	j=1, k=2	0.118·10 ⁻⁵	-70.357	
	j=5, k=2	0.114·10 ⁻⁵	11.783	
	j=4, k=2	0.106·10 ⁻⁵	16.055	
	j=3, k=0	-0.845	-22.082	
Oxford	j=1, k=0	-65.1	38.055	7.06
	j=2, k=0	-6.53	-39.128	
	i=1			
	j=1, k=2	0.111·10 ⁻⁵	-77.921	
	j=4, k=2	0.106·10 ⁻⁵	16.336	
	j=5, k=2	0.103·10 ⁻⁵	11.262	

Finnland				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Helsinki	j=1, k=0	-117	37.318	14.2
	j=2, k=0	9.88	9.184	
	i=1			
	j=3, k=0	2.82	-5.922	
Oulu	j=1, k=0	-127	36.825	5.69
	j=2, k=0	9.75	18.906	
	j=3, k=0	2.93	-16.978	
	j=4, k=0	-2.71	-16.673	
	i=1			
	j=1, k=2	-0.190·10 ⁻⁵	-29.416	
	j=2, k=2	-0.173·10 ⁻⁵	36.934	

Frankreich				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Lyon	j=1, k=0	-89.9	33.54	10.8
	j=2, k=0	-7.92	-19.685	
	i=1			
Nantes	j=3, k=0	-1.41	27.273	9.6
	j=1, k=0	-68	36.946	
	j=2, k=0	-6.9	-30.006	
Straßburg	i=2			11.6
	j=1, k=2	$0.104 \cdot 10^{-5}$	-30.159	
	j=2, k=0	-4.75	-17.575	

Griechenland				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Athen	j=1, k=0	-92.8	42.073	-2.10
	j=2, k=0	6.1	42.371	
	j=3, k=0	1.36	-19.244	
	j=1, k=2	$0.136 \cdot 10^{-5}$	86.112	
	j=4, k=1	$-0.119 \cdot 10^{-2}$	14.318	
	j=1, k=0	-0.942	86.2	
	j=2, k=2	$0.994 \cdot 10^{-6}$	17.412	
	i=1			

Irland				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Belfast	j=1, k=0	-54.2	38.975	
	j=2, k=0	-5.9	-42.605	
	j=1, k=2	$0.115 \cdot 10^{-5}$	-76.901	
	j=4, k=2	$0.113 \cdot 10^{-5}$	14.963	
	j=5, k=2	$0.108 \cdot 10^{-5}$	10.799	
	j=3, k=0	-1	-15.923	
	j=2, k=2	$-0.1 \cdot 10^{-5}$	40.098	
	j=1, k=0	-0.796	-76.53	

Italien				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Trieste	j=1, k=0	-96	37.039	5.79
	j=2, k=0	-4.1	-25.084	
	i=1			
	j=3, k=0	2.04	-9.167	

Malta				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Luqa	j=1, k=0	-70.8	52.642	3.65
	j=2, k=0	-6.47	-31.869	
	j=3, k=0	-2.12	22.816	
	i=1			
	j=2, k=2	$0.705 \cdot 10^{-6}$	16.32	

Norwegen				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Bergen	j=1, k=0	-66.9	39.707	7.47
	j=2, k=0	5.58	29.879	
	i=1			
	j=5, k=2	$0.186 \cdot 10^{-5}$	11.303	
	j=3, k=0	1.34	22.024	
	j=2, k=2	$-0.118 \cdot 10^{-5}$	35.581	
Bodö	j=1, k=0	-75.0	41.538	6.3
	j=2, k=0	10.1	36.933	
	i=1			
	j=3, k=0	1.99	7.675	
	j=4, k=0	-1.82	-1.814	
	j=2, k=2	$-0.149 \cdot 10^{-5}$	34.748	
Oslo	j=1, k=0	-107	32.973	8.21
	j=2, k=0	6.14	24.379	
	i=1			
	j=5, k=2	$0.166 \cdot 10^{-5}$	17.109	
	j=2, k=2	$0.14 \cdot 10^{-5}$	-42.866	
Vardö	j=1, k=0	-72.4	46.43	9.94
	j=2, k=0	-8.43	-45.543	
	i=1			
	j=3, k=0	3.06	3.954	
	i=5			

B DETEKTIERTE FUNKTIONEN DER TREND- UND SAISONKOMPONENTE 67

Niederlande				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
De Bilt	j=1, k=0	-81	34.647	-8.56
	j=2, k=0	-3.61	-34.615	
	i=3			
	j=1, k=2	0.358·10 ⁻⁵	0.889	
	j=1, k=0	-2.48	1.305	
	j=3, k=0	1.97	30.355	
	j=1, k=2	0.199·10 ⁻⁵	1.513	
	j=1, k=0	-1.38	1.405	
	j=5, k=2	0.138·10 ⁻⁵	12.717	
	j=1, k=2	0.111·10 ⁻⁵	1.584	

Österreich				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Innsbruck	j=1, k=0	-97.2	30.356	11.5
	j=2, k=0	-9.78	4.008	
	i=1			
	j=3, k=0	-1.96	8.596	
Klagenfurt	j=1, k=0	-113	29.664	11.3
	j=2, k=0	-9.09	9.25	
	i=1			
	j=3, k=0	-1.79	28.347	
	j=4, k=1	0.148·10 ⁻²	-17.065	
Kremsmünster	j=1, k=0	-101	31.827	12.3
	i=2			
	j=2, k=0	-4.25	0.936	
Linz	j=3, k=0	1.34	10.211	10.7
	j=1, k=0	-99.2	29.91	
	j=2, k=0	-4.88	4.168	
	j=4, k=1	-0.173·10 ⁻²	19.894	
Salzburg	j=3, k=0	1.36	1.404	12
	j=1, k=0	-97.7	32.21	
	j=2, k=0	-6.09	-2.18	
Wien	i=1			10.7
	j=1, k=0	-101	31.049	
	j=2, k=0	-4.08	-0.707	
	j=3, k=0	2.36	-4.029	

Schottland				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Edinburgh	j=1, k=0	-56.1	40.775	5.34
	j=2, k=0	-6.67	-42.071	
	i=1			
	j=4, k=1	$0.165 \cdot 10^{-2}$	14.493	
	j=1, k=2	$0.995 \cdot 10^{-6}$	-45.330	
	j=5, k=2	$0.828 \cdot 10^{-6}$	10.587	

Schweden				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Haparanda	j=1, k=0	-131	37.824	9.1
	j=2, k=0	9.7	22.07	
	i=1			
	j=3, k=1	$0.423 \cdot 10^{-2}$	-23.749	
	j=4, k=0	-2.77	-19.298	
	j=2, k=2	$-0.218 \cdot 10^{-5}$	34.872	
	j=1, k=2	$-0.215 \cdot 10^{-5}$	-4.167	
Maarianhamina	i=5			-4.67
	j=1, k=0	-94.6	44.53	6.77
	j=2, k=0	11.5	25.232	
	i=1			
	j=4, k=0	-1.96	-5.66	
j=3, k=0	1.63	-1.516		
Stensele	j=1, k=0	-128	33.43	9.27
	j=2, k=0	3.88	20.009	
	i=1			
	j=3, k=1	$0.352 \cdot 10^{-2}$	-29.899	
	j=2, k=2	$-0.193 \cdot 10^{-5}$	30.654	
	j=4, k=0	-1.76	-20.732	

Schweiz				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Basel	j=1, k=0 i=1	-90	31.821	13.4
	j=2, k=0	-5.48	-19.144	
	j=1, k=2	0.146·10 ⁵	-7.071	
	j=5, k=2	0.122·10 ⁻⁵	2.636	
Genf	j=1, k=0	-91.1	31.485	12.6
	j=2, k=0 i=1	-5.9	-34.172	
	j=3, k=0	2.74	-14.095	
	j=4, k=0	1.73	-17.963	
	j=1, k=2	0.171·10 ⁻⁵	-31.557	
	j=5, k=0	1.56	-2.458	
	j=1, k=0	-1.21	-32.674	
Säntis	j=1, k=0 i=1	-72.2	45.194	12.5
	j=2, k=0	-4.6	-40.486	
	j=3, k=1	-0.249·10 ⁻²	-13.72	
	j=5, k=2	0.223·10 ⁻⁵	7.525	
	j=1, k=2	0.197·10 ⁵	-39.543	
	j=1, k=0	-1.39	-40.383	
Zürich	j=1, k=0	-91.8	31.508	10.7
	j=2, k=0 i=1	-5.37	-16.584	
	j=1, k=2	0.2·10 ⁻⁵	-18.863	
	j=1, k=0	-1.41	-19.902	
	j=5, k=2	0.121·10 ⁻⁵	4.226	

Sowjetunion				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Astrahan	j=1, k=0	-158	31.851	6.9
	j=2, k=0	7.53	-20.376	
	j=3, k=0	6.04	3.003	
	i=3			
	j=1, k=2	0.229·10 ⁻⁵	73.736	
	j=1, k=0	-1.56	73.416	
Arhangelsk	j=4, k=0	-1.55	3.162	14.7
	j=1, k=0	-139	36.083	
	i=1			
	j=2, k=0	5.95	20.172	
	j=3, k=1	0.551·10 ⁻²	-22.927	
Kiew	j=1, k=2	-0.215·10 ⁻⁵	-79.488	-5.02
	i=5			
	j=4, k=0	-1.77	-17.143	
	j=1, k=0	-131	30.647	
	j=2, k=0	6.29	-29.816	
	j=3, k=0	5.05	12.669	
	j=1, k=2	0.279·10 ⁻⁵	20.403	
	j=1, k=0	-1.93	20.281	
Tbilissi	j=5, k=0	1.74	6.463	3.71
	j=4, k=0	-1.64	0.257	
	j=1, k=2	0.155·10 ⁻⁵	20.485	
	j=1, k=0	-115	35.469	
	j=2, k=0	-4.62	-10.188	
	j=3, k=0	3.72	-7.546	
	j=4, k=0	-1.88	3.838	
i=2				
j=1, k=2	0.142·10 ⁻⁵	60.472		
j=1, k=0	-0.972	60.04		

Ungarn				
Station	signifikante Basisfunktionen	Amplitude · 10 [°C/Monat ^k]	Phasenlagen [Tage]	Trends
Budapest	j=1, k=0	-112	30.317	9.57
	j=2, k=0	-4.99	10.557	
	i=1			
	j=3, k=0	2.48	-5.374	
	j=1, k=2	0.180·10 ⁻⁵	31.315	
	j=1, k=0	-1.24	30.046	
j=5, k=0	1.19	6.244		

C Detektierte Polynome der glatten Komponente

Zur Detektion glatter niederfrequenter Schwankungen werden Polynome der Ordnung 1 bis 5 bereitgestellt:

$$g_l(t) = a_0 + \sum_{n=1}^5 a_n t^n. \quad (57)$$

In der folgenden Auflistung ist für jede untersuchte Station der Grad des detektierten Polynoms mit den entsprechenden Koeffizienten angegeben.

Belgien			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten ($a_0, a_1, a_2 \dots a_n$) · 10
Uccle	4	99.998	2.824 -0.6184·10 ⁻¹ 0.1981·10 ⁻³ -0.20543·10 ⁻⁶ 0.6755·10 ⁻¹⁰

Deutschland			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten ($a_1, a_2 \dots a_n$) · 10
Dresden	4	99.8813	2.382 -0.4196·10 ⁻¹ 0.1377·10 ⁻³ -0.1482·10 ⁻⁶ 0.504·10 ⁻¹⁰
Heidelberg	1	1.4768	-0.1422·10 ⁻¹ 0.1974·10 ⁻⁴
Hohenpeißenberg	4	97.8849	1.686 -0.358·10 ⁻¹ 0.1309·10 ⁻³ -0.1529·10 ⁻⁶ 0.5551·10 ⁻¹⁰
München	5	99.6238	0.1219 0.1212·10 ⁻¹ -0.1332·10 ⁻³ 0.3583·10 ⁻⁶ -0.3478·10 ⁻⁹ 0.1113·10 ⁻¹²
Trier	5	99.9963	2.758 0.2026·10 ⁻¹ -0.2503·10 ⁻³ 0.6047·10 ⁻⁶ -0.5355·10 ⁻⁹ 0.1597·10 ⁻¹²

England			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Central England	4	99.9439	2.853 -0.4629·10 ⁻¹ 0.1482·10 ⁻³ -0.1581·10 ⁻⁶ 0.5351·10 ⁻¹⁰
Oxford	4	99.9216	4.251 -0.5531·10 ⁻¹ 0.1665·10 ⁻³ -0.1754·10 ⁻⁶ 0.5986·10 ⁻¹⁰

Finnland			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Helsinki	4	99.6265	2.038 -0.4981·10 ⁻¹ 0.1781·10 ⁻³ -0.1992·10 ⁻⁶ 0.6914·10 ⁻¹⁰
Oulu	4	99.658	4.019 -0.7059·10 ⁻¹ 0.2337·10 ⁻³ -0.2543·10 ⁻⁶ 0.8738·10 ⁻¹⁰

Frankreich			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Lyon	5	99.9999	3.208 -0.2291·10 ⁻¹ -0.5383·10 ⁻⁴ 0.3257·10 ⁻⁶ -0.3862·10 ⁻⁹ 0.1352·10 ⁻¹²
Nantes	5	99.9985	0.4701 0.1116·10 ⁻¹ -0.1413·10 ⁻³ 0.3924·10 ⁻⁶ -0.3896·10 ⁻⁹ 0.1272·10 ⁻¹²
Straßburg	4	96.048	1.876 -0.3468·10 ⁻¹ 0.1142·10 ⁻³ -0.1234·10 ⁻⁶ 0.4218·10 ⁻¹⁰

Griechenland			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Athen	4	99.9525	5.547 -0.4927·10 ⁻¹ 0.1146·10 ⁻³ -0.102·10 ⁻⁶ 0.3121·10 ⁻¹⁰

Irland			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Belfast	5	100	10.31 -0.1262 0.4216·10 ⁻³ -0.5737·10 ⁻⁶ 0.339·10 ⁻⁹ -0.7183·10 ⁻¹³

Italien			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Trieste	2	90.3413	-1.406 $0.5868 \cdot 10^{-2}$ $-0.4077 \cdot 10^{-5}$

Malta			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Luqa	5	100	-2.999 $0.3604 \cdot 10^{-1}$ $-0.2011 \cdot 10^{-3}$ $0.4729 \cdot 10^{-6}$ $-0.4468 \cdot 10^{-9}$ $0.1427 \cdot 10^{-12}$

Niederlande			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
De Bilt	5	100	2.15 $-0.2172 \cdot 10^{-1}$ $-0.2666 \cdot 10^{-4}$ $0.2728 \cdot 10^{-6}$ $-0.3642 \cdot 10^{-9}$ $0.137 \cdot 10^{-12}$

Norwegen			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Bergen	5	99.9844	0.5407 $0.1199 \cdot 10^{-1}$ $-0.1523 \cdot 10^{-3}$ $0.4059 \cdot 10^{-6}$ $-0.3844 \cdot 10^{-9}$ $0.1199 \cdot 10^{-12}$
Bodö	5	99.9999	-4.815 $0.7082 \cdot 10^{-1}$ $-0.3697 \cdot 10^{-3}$ $0.7765 \cdot 10^{-6}$ $-0.6708 \cdot 10^{-9}$ $0.2002 \cdot 10^{-12}$
Oslo	5	99.9931	-4.898 $0.5057 \cdot 10^{-1}$ $-0.2211 \cdot 10^{-3}$ $0.4593 \cdot 10^{-6}$ $-0.4103 \cdot 10^{-9}$ $0.1273 \cdot 10^{-12}$
Vardö	5	100	-3.157 $0.3795 \cdot 10^{-1}$ $-0.2445 \cdot 10^{-3}$ $0.5899 \cdot 10^{-6}$ $-0.5519 \cdot 10^{-9}$ $0.1736 \cdot 10^{-12}$

Österreich			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Innsbruck	4	99.7957	5.156 -0.6327·10 ⁻¹ 0.187·10 ⁻³ -0.1968·10 ⁻⁶ 0.6748·10 ⁻¹⁰
Klagenfurt	4	98.8684	4.584 -0.5036·10 ⁻¹ 0.1307·10 ⁻³ -0.1211·10 ⁻⁶ 0.3685·10 ⁻¹⁰
Kremsmünster	4	99.9632	3.462 -0.6014·10 ⁻¹ 0.1997·10 ⁻³ -0.2197·10 ⁻⁶ 0.766·10 ⁻¹⁰
Linz	4	95.8338	3.492 -0.4197·10 ⁻¹ 0.1234·10 ⁻³ -0.13·10 ⁻⁶ 0.4473·10 ⁻¹⁰
Salzburg	4	99.3373	4.419 -0.5796·10 ⁻¹ 0.1752·10 ⁻³ -0.1852·10 ⁻⁶ 0.6332·10 ⁻¹⁰
Wien	4	97.7226	3.221 -0.4582·10 ⁻¹ 0.1414·10 ⁻³ -0.1498·10 ⁻⁶ 0.5104·10 ⁻¹⁰

Schottland			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Edinburgh	3	93.5266	-2.061 0.1416·10 ⁻¹ -0.2143·10 ⁻⁴ 0.8941·10 ⁻⁸

Schweden			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Haparanda	5	99.9998	-3.853 $0.3643 \cdot 10^{-1}$ $-0.2719 \cdot 10^{-3}$ $0.7157 \cdot 10^{-6}$ $-0.698 \cdot 10^{-9}$ $0.2244 \cdot 10^{-12}$
Maarianhamina	5	99.9984	-0.5756 $0.3416 \cdot 10^{-1}$ $-0.2768 \cdot 10^{-3}$ $0.6775 \cdot 10^{-6}$ $-0.629 \cdot 10^{-9}$ $0.1962 \cdot 10^{-12}$
Stensele	5	99.9995	-1.355 $0.1809 \cdot 10^{-1}$ $-0.2013 \cdot 10^{-3}$ $0.5944 \cdot 10^{-6}$ $-0.6079 \cdot 10^{-9}$ $0.2001 \cdot 10^{-12}$

Schweiz			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Basel	4	99.7549	5.748 -0.6577·10 ⁻¹ 0.1837·10 ⁻³ -0.1851·10 ⁻⁶ 0.6142·10 ⁻¹⁰
Genf	5	100	1.869 0.2273·10 ⁻¹ -0.2663·10 ⁻³ 0.6708·10 ⁻⁶ -0.619·10 ⁻⁹ 0.1913·10 ⁻¹²
Säntis	5	99.989	-0.3451 0.344·10 ⁻¹ -0.2613·10 ⁻³ 0.6175·10 ⁻⁶ -0.5659·10 ⁻⁹ 0.1762·10 ⁻¹²
Zürich	4	99.9866	7.053 -0.8325·10 ⁻¹ 0.2317·10 ⁻³ -0.2293·10 ⁻⁶ 0.7426·10 ⁻¹⁰

Sowjet union			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Arhangel	4	99.9989	1.406 -0.8289·10 ⁻¹ 0.3097·10 ⁻³ -0.3481·10 ⁻⁶ 0.121·10 ⁻⁹
Astrahan	1	3.3829	0.4347·10 ⁻¹ -0.6033·10 ⁻⁴
Kiev	4	99.4715	-1.057 -0.2595·10 ⁻¹ 0.1242·10 ⁻³ -0.1543·10 ⁻⁶ 0.5699·10 ⁻¹⁰
Tbilissi	4	100	10.4 -0.115 0.3057·10 ⁻³ -0.2917·10 ⁻⁶ 0.9166·10 ⁻¹⁰

Ungarn			
Station	Polynom	Signifikanz	Regressionskoeffizienten $(a_1, a_2 \dots a_n) \cdot 10$
Budapest	5	98.304	4.314 -0.6683·10 ⁻¹ 0.2398·10 ⁻³ -0.3387·10 ⁻⁶ 0.2107·10 ⁻⁹ -0.4877·10 ⁻¹³

D Extremereignisse

In den Tabellen sind die detektierten Extremereignisse mitsamt ihren Erscheinungsdaten und Ersatzwerten aufgeführt. Die eingeklammerte Zahl hinter den Stationsnamen gibt an im wievielten Durchgang des Arbeitszyklus die aufgeführten Extremereignisse detektiert wurden.

Belgien			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Uccle	12.1879	-5.3	5.1
	12.1890	-4.6	0
	2.1895	-4.8	-0.1
	2.1929	-3.1	5.6
	2.1942	-3	5.4
	2.1947	-2.8	3.2
	2.1956	-6.1	3.6
	2.1986	-3.3	5.2
Uccle (2)	1.1940	-3.5	-0.3
Uccle (3)	1.1940	-0.3	1.6

Deutschland			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Dresden	2.1929	-10.8	1.6
	1.1940	-9.4	1.3
	1.1942	-7.7	-1.6
	2.1947	-7.6	3
	2.1956	-10.7	-4.8
	1.1963	-7.7	-0.3
	2.1986	-7.7	1.1
	1.1987	-7.5	-0.9
Heidelberg	12.1879	-7.1	3.2
	2.1895	-5.1	5.3
	2.1929	-6	0.7
	1.1940	-7.5	2.7
	2.1956	-7.5	1.7
Hohenpeißenberg	2.1956	-12.4	-0.2
München	12.1871	-8.6	-2.3
	12.1879	-10.6	-3.3
	2.1895	-9	2.6
	2.1929	-11.3	-1
	1.1940	-9.4	-3.4
	1.1942	-9.4	-3.7
	2.1956	-11.6	1
München (2)	2.1963	-7.4	-1.3
München (3)	2.1963	-1.3	1.2
Trier	12.1879	-8	1.9
	2.1895	-5.4	-1.9
	2.1929	-5.5	3
	1.1940	-6.6	-1.9
	2.1956	-7.4	0.7

England			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Central England	2.1895	-1.8	4.8
	1.1940	-1.4	2.5
	2.1947	-1.9	4
	1.1963	-2.1	-0.2
Oxford	12.1890	-1.9	5.4
	2.1895	-1.8	3.5
	2.1947	-2.3	0
	1.1963	-3	3.9
	2.1986	-1.5	3

Finnland			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Helsinki	12.1876	-14.3	-6.5
	12.1915	-13.4	-5.3
	1.1942	-17.5	-7.7
	2.1871	-19.2	-4.7
	1.1987	-17.9	-8.4
Helsinki (2)	1.1985	-15.4	-6.8
	12.1978	-12.7	-10.3
Oulu	2.1871	-21.2	-11.8
	12.1915	-17.8	-8.2
	1.1985	-21	-10.6
Oulu (2)	1.1987	-20.5	-8.3
Oulu (3)	2.1985	-20	-12.7

Frankreich			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Lyon	12.1871	-5.6	2.4
	12.1879	-6.5	1.4
	2.1895	-3.9	3.6
	2.1956	-6.7	-2.1
Nantes	12.1879	-4	5.8
	12.1890	-1.7	2.5
	2.1895	-2.2	5
	12.1933	-0.3	7.4
	2.1956	-1.5	9.7
	1.1963	-0.9	3.4
	2.1986	-0.6	6.6
1.1987	-0.4	3.9	
Straßburg	12.1879	-9.2	6.8
	2.1895	-6.4	4.8
	2.1929	-6.7	3.5
	1.1940	-7.8	1.3
	2.1956	-7.9	3.1
	2.1986	-4.4	4.3

Griechenland			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Athen	11.1895	25.6	15.8
	8.1906	16.3	27

Irland			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Belfast	12.1878	-0.4	3.5
	1.1881	-0.6	5.3
	2.1895	-0.6	4.3

Italien			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Trieste	2.1928	-1.8	7.5
	2.1965	-1.3	7.1
	4.1987	5.5	12.8

Malta			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Luqa	11.1966	22.1	17.5

Niederlande			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
De Bilt	12.1890	-4.4	2.2
	2.1929	-4.5	3.7
	1.1940	-5.1	0.5
	1.1942	-4.7	1.5
	2.1942	-3.7	0.7
	2.1947	-4.9	-2.7
	2.1956	-6.7	2.7
	1.1963	-5.2	3.6
	2.1986	-3.6	1.7

Norwegen			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Bergen	12.1878	-3.8	7.1
Bodö	X	X	X
Oslo	1.1941	-13	-4.5
	1.1942	-12.1	-11.2
	2.1947	-13.1	-3.9
Vardö	X	X	X

Österreich			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Innsbruck	12.1871	-10.6	-4.6
	12.1879	-9.7	3.4
	2.1929	-8	3.3
	2.1956	-10.5	2.7
Klagenfurt	12.1871	-11.4	-3.6
	12.1879	-14.2	-6.4
	1.1880	-13	-3
	2.1929	-10	-4.1
	2.1956	-9.9	-1.6
Kremsmünster	12.1871	-8.5	-2.5
	12.1879	-10.6	2
	2.1895	-8.2	-2.7
	2.1929	-10.7	-0.2
	1.1940	-9.8	-3.7
	1.1942	-9.7	-0.3
	2.1956	-9.5	1.8
Linz	12.1871	-5.6	2.4
	12.1879	-6.5	1.4
	2.1895	-3.9	3.6
	2.1956	-6.7	-2.1
Salzburg	12.1871	-9.9	0.6
	12.1879	-11.9	-2.2
	2.1895	-8.2	1.2
	2.1929	-9	3.1
	1.1940	-9.9	1.7
	1.1942	-9	-3.9
	2.1956	-10.7	0.7
2.1963	-7.2	1.8	
Wien	12.1879	-7.5	1
	2.1929	-9.8	5.5
	1.1940	-8.3	-1.1
	1.1942	-9.3	-2.5
	2.1956	-8.5	-1.4
Wien (2)	12.1871	-6.8	1.1
	2.1940	-6.4	-1.2
Wien (3)	12.1871	1.1	1.5
	2.1940	-1.2	-2

Schottland			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Edinburgh	2.1947	-1.6	5.5
	12.1981	-0.7	6.6
Edinburgh (2)	1.1881	-1.6	2.6
Edinburgh (3)	1.1881	2.6	2.7

Schweden			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Haparanda	2.1871	-24.4	-2.8
Maarianhamina	2.1871	-13.8	-2.6
	2.1940	-12.2	-11.3
	1.1942	-11.4	-8
	2.1942	-12.9	-3.7
	2.1966	-12.7	1.4
	2.1985	-13	-1.2
	1.1987	-14.2	-4.3
Maarianhamina (2)	2.1940	-11.3	-6.1
	1.1941	-10.4	-1
	2.1970	-12.1	-4.3
Maarianhamina (3)	1.1985	-10.5	-3.1
Stensele	2.1871	-24.7	-8.4
	12.1915	-22.9	-11.1

Schweiz			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Basel	12.1871	-6.3	9
	12.1879	-10.1	-4
	2.1895	-7.6	3.7
	2.1929	-6.1	0.3
	1.1940	-6.5	-3
	2.1956	-9.3	2.1
	2.1986	-5	4.3
Genf	12.1879	-6.4	2.1
	2.1895	-5.1	-1.5
	2.1956	-6.6	5.5
Säntis	3.1895	8.6	-4.3
	2.1956	-17.2	-9.2
	10.1974	-7.9	0
Zürich	12.1871	-7.1	0.1
	12.1879	-9.1	0.7
	2.1895	-7.3	3.6
	2.1929	-7	0
	2.1956	-8.7	-0.1

Sowjetunion			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Arhangel	2.1871	-24.8	-14.6
	12.1875	-23.6	-19.6
	12.1955	-21.3	-11.9
	2.1966	-24	-10.3
	1.1985	-25.3	-13
Arhangel (2)	1.1968	-24	-21.4
	12.1978	-21.4	-10
Arhangel (3)	1.1968	-21.4	-21.2
	12.1978	-10	-10
Astrahan	2.1929	-16.3	-4.4
	1.1950	-16.6	-10.6
	2.1954	-18.6	-8.4
	1.1972	-15.7	-5.4
	1.1982	7	-7.6
Kiev	2.1929	-15.4	1.7
	1.1942	-14.5	-4.2
Tbilissi (=Tiflis)	12.1920	-3.6	4
	2.1966	9.8	0

Ungarn			
Station	Datum	Extremereignis [°C]	Ersatzwert [°C]
Budapest	12.1879	-10	5.4
	1.1893	-9	-1.8
	2.1929	-7.6	2.5
	1.1942	-8.5	1.4
	2.1956	-7.2	-0.5

E Stationsliste mit Homogenitätsklassen

Station	WMO-Kennziffer	Geographische Breite und Länge		Höhe über NN [m]	Homogenitätsklasse ¹ 1891-1990
Arhangel	225500	64.6N	40.5E	13	2
Athen	167140	38N	23.7E	107	3
Astrahan	348800	46.4N	48E	18	2
Belfast	039170	54.4N	6.1W	81	3
Bergen	013160	60.4N	5.3E	44	1
Basel	066450	47.6N	7.6E	318	3
Bodoe	011520	67.3N	14.4E	13	1
Budapest	128400	47.5N	19E	129	2
Cent.Engl	03...	52.8N	2.5W	10	3
De Bilt	062600	52.1N	5.18E	4	3
Dresden	104880	51.2N	13.8E	226	1
Edinburgh	031600	55.9N	3.2E	41	3
Genf	067050	46.3N	6.2E	416	3
Haparanda	021960	65.8N	24.2E	6	3
Helsinki	029740	60.4N	24.9E	56	2
Heidelberg	100734	49.42N	8.72E	110	2
Hohenpei	109620	47.8N	11E	977	1
Innsbruck	11120.	47.3N	11.4E	577	1
Kiew	333450	50.4N	30.5E	179	3
Klagenfurt	112310	46.6N	14.4E	452	3
Kremsmünster	110120	48.1N	14.1E	388	3
Linz	110100	48.3N	14.3E	263	2
Lyon	074800	45.6N	4.9E	201	3
Luqa	165970	35.8N	14.5E	91	3
Maarianhamina	029700	60.1N	19.9E	4	3
Munchen	108650	48.1N	11.7E	527	3
Nantes	072220	47.2N	1.6W	27	1
Oslo	014920	59.9N	10.7E	96	2
Oulu	028750	64.9N	25.4E	15	2
Oxford	038900	51.7N	1.2W	63	1
Salzburg	111500	47.8N	13E	434	1
Straßburg	071900	48.5N	7.7E	154	3
Stensele	021270	65N	17.1E	326	3
Säntis	066800	47.3N	9.4E	2500	2

¹Es bedeutetn 1=sehr wahrscheinlich homogen, 2=wahrscheinlich homogen, 3=fragwürdige Qualität, 4=wahrscheinlich inhomogen und 5=sehr wahrscheinlich inhomogen.

Station	WMO-Kennziffer	Geographische Breite und Länge		Höhe über NN [m]	Homogenitätsklasse ¹ 1891-1990
Trier	106090	49.75N	6.65E	144	3
Trieste	161100	45.6N	13.7E	20	3
Tbilisi	375490	41.7N	44.9E	490	3
Uccle	064470	50.8N	4.4E	104	3
Vardoe	010980	70.4N	31.1E	10	3
Wien	110350	48.3N	16.4E	209	3
Zürich	066600	47.4N	8.6E	69	3

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen.

Dank gilt Herrn Prof. Schönwiese für die wissenschaftliche Betreuung dieser Arbeit, sowie der gesamten Arbeitsgruppe für ihre Hilfsbereitschaft.

Zu ganz besonderem Dank fühle ich mich Herrn Dr. Jürgen Grieser für zahlreiche Ideen, hilfreiche Skripte und noch zahlreichere Antworten verpflichtet.

Meiner Zimmerkollegin und steten Begleitung durch das Studium, Frau Anja Werner, danke ich für die nette Gesellschaft vor den „grauen Kisten“.

Herrn Hans-Peter Haase danke ich für den freundlichen Druckerservice.

Meiner Mutter, Frau Brigitte Trömel, danke ich besonders für die Unterstützung, insbesondere finanzieller Art, meines Studiums.